

## 6 Elektromagnetische Wellen

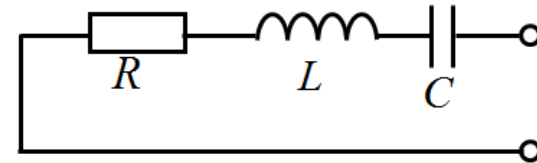
ergeben sich als Lösungen für  $E$ - und  $B$ -Felder aus den Maxwell-Gleichungen. Verschiedene Formen:

- Radio- und Mikrowellen (Sender): Wellenlängen  $\lambda \approx 10^3$  bis  $10^{-2}$  m, Frequenzen  $f \approx 10^5$  bis  $10^{11}$  Hz
- Ferninfrarot- und Infrarotstrahlung (Wärme, Laser ...):  $\lambda \approx 10^{-2}$  bis  $10^{-6}$  m,  $f \approx 10^{11}$  bis  $10^{14}$  Hz
- Sichtbares Licht (Lampen, Laser ...):  $\lambda = 700$  bis  $400$  nm,  $f = 4 \cdot 10^{14}$  bis  $8 \cdot 10^{14}$  Hz,  $E_{\text{ph}} = 1,7$  bis  $3,0$  eV
- Ultraviolettstrahlung (Lampen, Laser, Beschleuniger):  $\lambda \approx 400$  bis  $10$  nm,  $E_{\text{ph}} \approx 3$  bis  $100$  eV
- Röntgenstrahlung (Röntgenröhren, Beschleuniger):  $\lambda \approx 10$  bis  $0,01$  nm,  $E_{\text{ph}} \approx 100$  bis  $10^5$  eV
- Gammastrahlung (Atomkerne, kosmische Strahlung):  $E_{\text{ph}} > 10^5$  eV

### 6.1 Der Schwingkreis

vgl. Vorlesung am 6.6.2018 (T. Weis)

Reihenschaltung von Widerstand, Spule und Kondensator, angeschlossen an eine Wechselspannungsquelle.



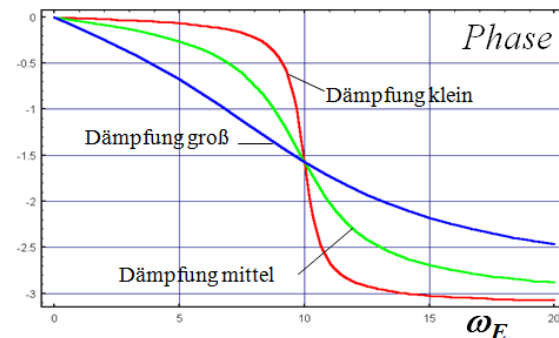
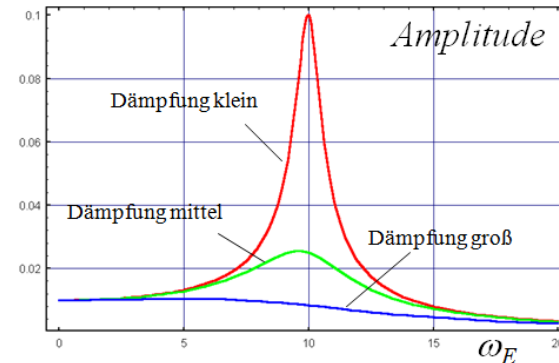
$$\ddot{i} + \frac{R}{L}\dot{i} + \frac{1}{LC}i = \frac{i\omega_E U_0}{L} \exp(i\omega_E t)$$

$$\ddot{i} + 2\gamma\dot{i} + \omega_0^2 i = \frac{i\omega_E U_0}{L} \exp(i\omega_E t)$$

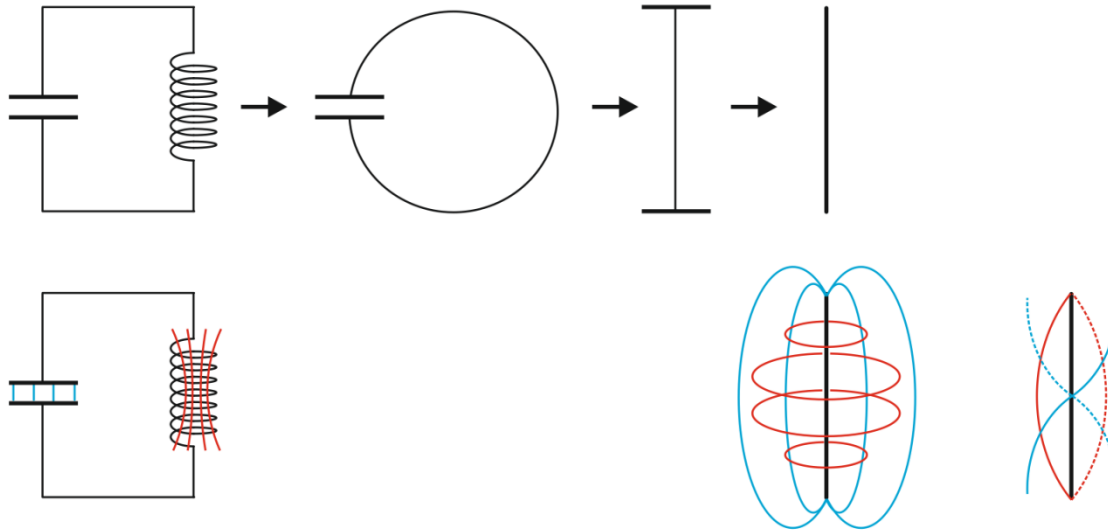
$$|I| = \frac{\omega_E U_0}{L \sqrt{(\omega_0^2 - \omega_E^2)^2 + 4\gamma^2 \omega_E^2}}$$

$$\omega = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{\gamma^2}{\omega_0^2}} \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}}$$

Vgl. gedämpfte erzwungene Schwingungen in Physik I, 4.12.2018.



## Gedanklicher Übergang von einem Schwingkreis zu einem geraden Leiter (**Hertzscher Dipol**)



$E$ -Feld im Kondensator,  
 $B$ -Feld in der Spule

$E$ -Feld zwischen den Enden des Dipols,  
 $B$ -Feld kreisförmig um den Leiter

Verteilung von **Strom**  
und **Potenzial** entlang  
des Leiters

Es zeigt sich, dass die in einem Hertzschen Dipol erzeugten  $E$ - und  $B$ -Felder durch den Raum propagieren mit zunehmendem Abstand proportional zu  $1/r$  abfallen statt mit  $1/r^2$  wie bei einer punktförmigen statischen Quelle (der Hertzsche Dipol ist kein unendlich langer Leiter, sondern kann bei großen Abständen als "punktförmig" angesehen werden). Dieser Prozess der Emission elektromagnetischer Wellen kann im Rahmen der Elektrodynamik verstanden werden. Die Grundlage hierbei ist die Beschleunigung elektrischer Ladungen – siehe nächste Seite – z.B. in einer

- **Radioantenne** (periodische Beschleunigung von Elektronen),
- **Röntgenröhre** (abrupte Abbremsung von Elektronen in der Anode)
- **Synchrotronstrahlungsquelle** (Kreisbeschleunigung relativistischer Elektronen im Magnetfeld)

Ein anderer Prozess, der nur im Rahmen der Quantenmechanik verstanden werden kann, ist die Emission von Photonen durch **angeregte Atome** z.B. in einer Glühlampe, einem Laser, der Oberfläche der Sonne etc.

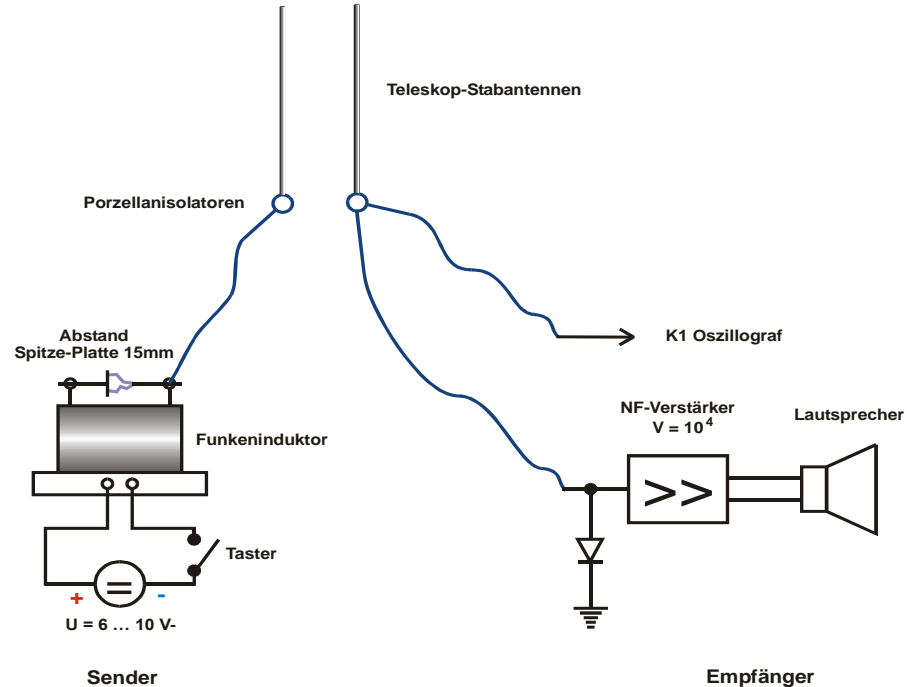
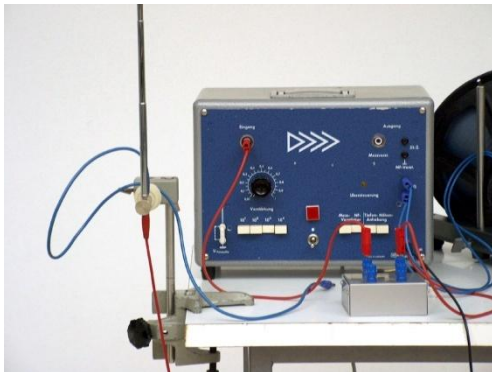
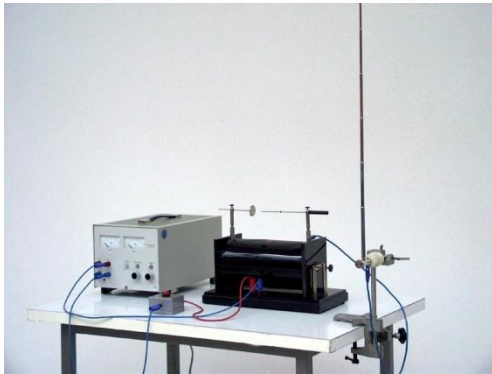


Heinrich Hertz (1857-1894)

## Experiment: Erzeugung und Detektion elektromagnetischer Wellen

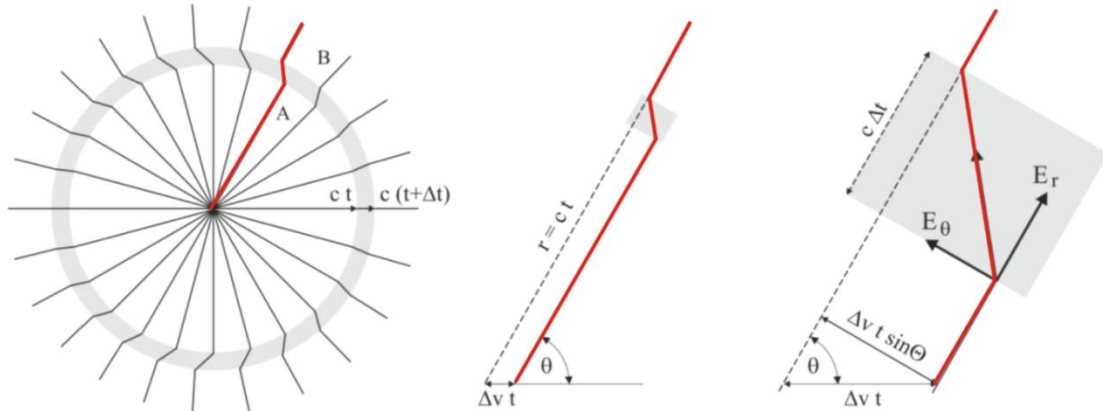
Erzeugung mit Funkeninduktor und Abstrahlung mit einer Stabantenne. Empfang mit einer zweiten Stabantenne, Gleichrichtung mit einer Diode und Verstärkung. Das Signal wird mit einem Oszilloskop und akustisch mit einem Lautsprecher dargestellt.

Der Versuch ist dem ersten experimentellen Nachweis elektromagnetischer Wellen (Heinrich Hertz, 1886 in Karlsruhe) bzw. der ersten transatlantischen Funkübertragung (Guglielmo Marconi, 1901 zwischen England und Neufundland) nachempfunden.



### Beschleunigte Ladungen "strahlen"

Die folgende Betrachtung, die auf J. J. Thomson zurückgeht, zeigt, dass die Beschleunigung einer elektrischen Ladung zu einer Verzerrung des elektrischen Felds führt, die als elektromagnetische Welle (Strahlung) aufgefasst werden kann.



Sir Joseph John Thomson  
1856-1940

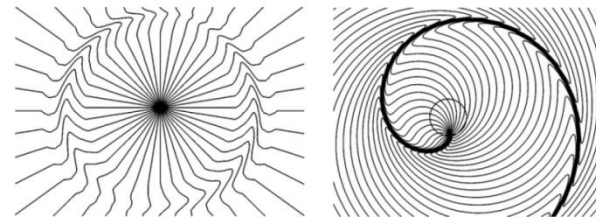


Sir Joseph Larmor  
1857-1942

Eine Ladung  $e$  wird für eine kurze Zeit  $\Delta t$  beschleunigt und ändert dabei ihre Geschwindigkeit um  $\Delta v$ . Nach einer Zeit  $t$  hat dieser Vorgang innerhalb eines Radius  $r = c \cdot t$  das elektrische Feld verändert, außerhalb aber noch nicht. Es gibt also einen Knick in den Feldlinien mit einer Komponente  $E_\theta$  :

$$\frac{E_\theta}{E_r} = \frac{\Delta v \cdot t \cdot \sin \theta}{c \cdot \Delta t} \quad (\text{aus der Zeichnung}) \quad E_r = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e}{r^2} \quad r = c \cdot t$$

$$\rightarrow E_\theta = \frac{e}{4\pi\epsilon_0} \frac{(\Delta v / \Delta t) \cdot \sin \theta}{c^2 \cdot r} = \frac{e}{4\pi\epsilon_0} \frac{\ddot{r} \cdot \sin \theta}{c^2 \cdot r}$$



Energiefluss in den Raumwinkel  $d\Omega$

$$\dot{W} \cdot d\Omega = c\epsilon_0 \cdot E_\theta^2 \cdot r^2 \cdot d\Omega = \frac{e^2 \ddot{r}^2}{16\pi^2 \epsilon_0 c^3} \sin^2 \theta \cdot d\Omega$$

und über alle Winkel integriert

$$P = \frac{e^2}{6\pi\epsilon_0 c^3} \ddot{r}^2 \quad \text{ergibt die sog. Larmor-Formel: abgestrahlte Leistung proportional zum Quadrat der Beschleunigung.}$$

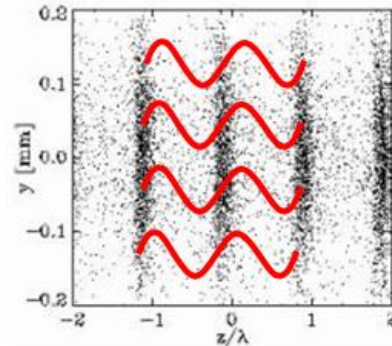
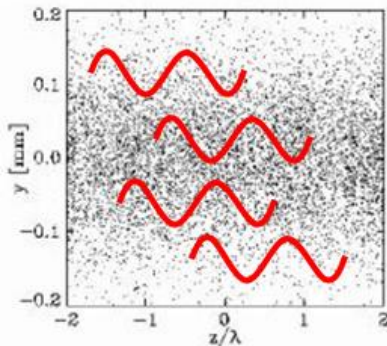
## Kohärente und inkohärente Emission von elektromagnetischen Wellen

Die Intensität elektromagnetischer Strahlung hängt nicht nur von der Ladungsmenge und der Beschleunigung ab, sondern bei mehreren Sendern (Hertzsche Dipole oder auch Elektronen im Fall der Synchrotronstrahlung) auch von ihrer relativen Phase ab.

Elektrisches Feld: 
$$E(\omega) \propto \sum_{j=1}^n \exp(i \cdot \omega \cdot t_j) \quad \text{für } n \text{ Sender}$$

Leistung  $\sim$  Feldstärke<sup>2</sup> 
$$\begin{aligned} |E(\omega) \cdot E^*(\omega)| &\propto P(\omega) = P_1(\omega) \cdot \sum_j \exp(i \cdot \omega \cdot t_j) \cdot \sum_k \exp(-i \cdot \omega \cdot t_k) \\ &= P_1(\omega) \cdot \sum_{j=k} \exp(i \cdot \omega \cdot [t_j - t_j]) + P_1(\omega) \cdot \sum_{j \neq k} \exp(i \cdot \omega \cdot [t_j - t_k]) \\ &= P_1(\omega) \cdot n + P_1(\omega) \cdot n \cdot (n-1) \cdot g^2(\omega) \end{aligned}$$

Hier ist  $P_1(\omega)$  die Leistung eines einzelnen Senders. Für vollkommen zufällige Phasen ist die Strahlungsleistung proportional zur Zahl der Sender (inkohärente Emission). Es gibt aber noch einen zweiten Term proportional zu  $n \cdot (n-1) \approx n^2$ , der bei geordneten Phasenlagen ungleich null ist (kohärente Emission, z.B. ausgedrückt durch einen "Formfaktor"  $g^2$ ), z.B. wenn alle Sender gleichphasig strahlen und entweder am selben Ort stehen oder regelmäßige Abstände zueinander haben. Wenn  $n$  groß ist, erhöht sich die abgestrahlte Leistung beträchtlich, z.B. im Fall eines sog. Freie-Elektronen-Laser um typisch  $10^6$  (da die Strahlungspulse  $10^3$ -fach kürzer sind, erhöht sich die Spitzenintensität im Maximum des Pulses sogar um einen Faktor  $10^9$ ).



\* Multiplikation mit konjugiert komplexer Zahl ergibt sich das Betragsquadrat:

$$(a + i \cdot b) \cdot (a - i \cdot b) = a^2 + b^2$$