5 Elektrotechnische Anwendungen

5.1 Elektromotoren mit Gleichstrom

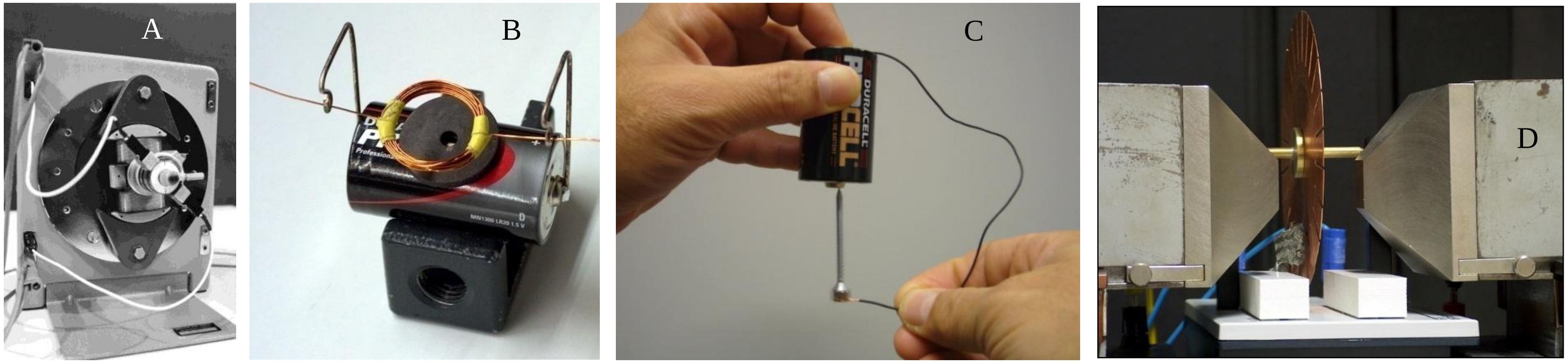
Eine rotierende Spule in einem statischen Magnetfeld erzeugt eine Wechselspannung (Induktion):

$$\Phi_m = B \cdot A \cdot \cos(\omega t) \quad \rightarrow \quad U_{ind} = -\dot{\Phi}_m = -B \cdot A \cdot \omega \cdot \sin(\omega t)$$

Dies ist die Grundlage der Stromerzeugung: Generatoren sind Maschinen, die durch Induktion Bewegungsenergie (i.d.R. Rotationsenergie) in elektrische Energie umwandeln. Die Rotationsenergie wird meist einem strömenden Fluid (Wasser, Dampf, Wind) mit einer Turbine entnommen.

Eine mit Wechselstrom betriebene Spule dreht sich in einem Magnetfeld (Lorentzkraft), wenn die Drehzahl mit der Wechselstromfrequenz übereinstimmt. Die Stromzufuhr erfolgt i.d.R. über Schleifkontakte. Eine mit Gleichstrom betriebene Spule würde nach einer halben Umdrehung stehen bleiben. Man kann jedoch durch geschlitzte Schleifkontakte erreichen, dass sich die Stromrichtung nach jeder halben Umdrehung umkehrt. Dies wäre ein Gleichstrommotor, der (wenn von einem externen Motor angetrieben) auch als Gleichstromgenerator verwendet werden kann (Bild A). Spezialfall: Halbwellenmotor, bei dem die Spule nur während einer halben Umdrehung kontaktiert ist (Bild B).

Ferner gibt es Unipolarmotoren nach dem Vorbild des Barlowschen Rads (Peter Barlow 1822), bei dem ein Magnetfeld senkrecht auf einer leitenden Scheibe steht, während ein Strom in radialer Richtung fließt (Bilder C und D).



Praktische Bedeutung hat (neben den Wechselstrommotoren) nur der Kommutatormotor, wobei der Stator (fest stehender Teil des Motors) aus Magneten und der Rotor (rotierender Teil, auch Anker genannt) aus Spulen besteht. Der Kommutator ist eine geschlitzte Fläche, auf der Bürsten oder Kohlestifte schleifen. Der Magnet ist nur bei kleinen Maschinen ein Permanentmagnet. In der Regel wird das Statorfeld durch Elektromagente erzeugt.

- Hauptschlussmaschine: Stator- und Ankerspule sind in Reihe geschaltet.
- Nebenschlussmotor: Stator- und Ankerspule sind parallel geschaltet.
- Verbundmaschine: besitzt Haupt- und Nebenschluss-Spulen
- Fremderregte Maschine: Stator- und Ankerspule haben verschiedene Stromquellen.

Magnetohydrodynamischer Antrieb

Die Ladungsträger (Ionen) eines Stroms zwischen zwei Elektroden in Wasser (Ionen) werden in einem Magnetfeld durch die Lorentzkraft abgelenkt, so dass ein Wasserstrom entsteht, dessen Gegenkraft ein Wasserfahrzeug antreiben kann. Das Prinzip ist dem Unipolarmotor (Barlowsches Rad) ähnlich.

Die "Rote Oktober II" fährt mit einen vollkommen lautlosen magnetohydrodynamischen Antrieb

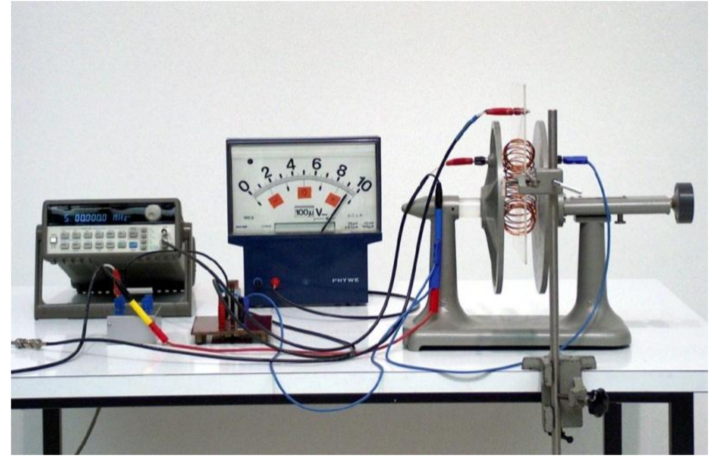
Anmerkung zu Wechselstrommotoren

Synchronmotor: Drehzahl ist mit der Wechselstromfrequenz über die Zahl der Pole verknüpft.
Asynchronmotor: Häufigster Wechselstrommotor, verschiedene Bauformen

Sonstiges

Servomotor: Gleich- oder Wechselstrom. Drehzahl/Position wird über Sensoren detektiert und geregelt.
Schrittmotor: schrittweise Rotation in festgelegten Winkeln.

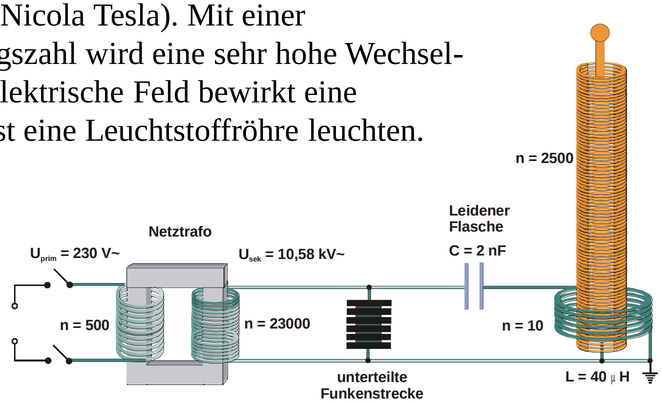
Experiment zum Verschiebungsstrom

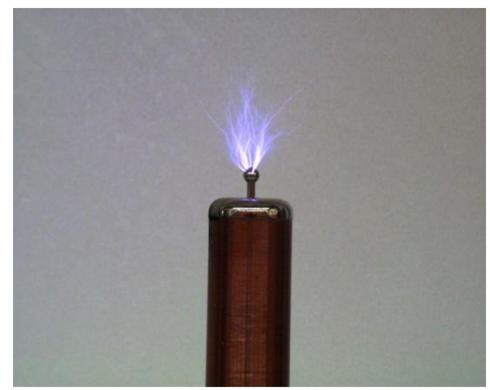


Das vom Verschiebungsstrom verursachte Magnetfeld wird mit einer Toroidalspule zwischen den Platten eines Kondensators über die induzierte Spannung nachgewiesen, wobei der Kondensator von einem Signalgenerator bei einer Frequenz von mehreren MHz periodisch aufgeladen und entladen wird.

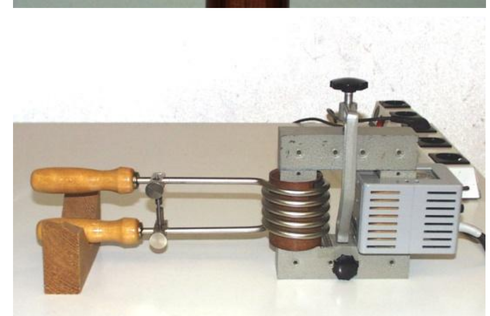
Experimente mit Transformatoren

1) Tesla-Transformator (nach Nicola Tesla). Mit einer Sekundärspule hoher Windungszahl wird eine sehr hohe Wechsel-spannung erzeugt. Das hohe elektrische Feld bewirkt eine Gasentladung an Luft und lässt eine Leuchtstoffröhre leuchten.





2) Mit einer Sekundärspule sehr kleiner Windungszahl (5) wird ein hoher Strom bei niedriger Spannung erzeugt. Der Strom fließt durch einen Nagel, der soweit erhitzt wird, dass er durchschmilzt.



5.2 Wechselstrom

5.2.1 Einleitung

Wechselstromgeneratoren: Zur Erzeugung hoher Ströme enthält der Rotor i.d.R. die Magnete oder Magnetspulen, während der Stator aus den Induktionsspulen besteht, damit die hohen Ströme nicht über Schleifkontakte übertragen werden müssen.

Vorteile von Wechselstrom:
- Generatoren ohne Kommutator möglich
- Änderung der Spannung über Transformator

Hohe Spannung U minimiert das Verhältnis von Leitungsverlusten beim Transport zur Gesamtleistung:

$P = U \cdot I$ Leistung insgesamt

$P_\mathrm{L} = R_\mathrm{L} \cdot I^2$ durch Spannungsabfall an der Leitung (Index L)

$$\frac{P_\mathrm{L}}{P} = \frac{R_\mathrm{L} \cdot I^2}{U \cdot I} = \frac{R_\mathrm{L} \cdot I}{U} = \frac{U_\mathrm{L}}{U} = \frac{R_\mathrm{L} \cdot U \cdot I}{U^2} = \frac{R_\mathrm{L}}{U^2} \cdot P \qquad U_\mathrm{L} = R_\mathrm{L} \cdot I$$

Zahlenbeispiel:

Leistung 20 kW soll übertragen werden
Strom 20000 W / 230 V = 87 A
Widerstand einer Leitung 2,1 Ω
(Kupfer 2,5 km lang, 0,2 cm^2)
Spannungsabfall 87 A ·2,2 W = 185 V
am Verbraucher nur noch 45 V
Leistung 45 V·87 A = 3,9 kW
(80% Verluste)

Wechselspannung und Wechselstrom

$$U = U_0 \cdot \cos(\omega \cdot t) \qquad I = I_0 \cdot \cos(\omega \cdot t) \qquad T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{f} \qquad \text{z.B.} \quad f = 50\ \text{Hz}$$

Elektrische Leistung und mittlere Leistung

$$\omega = 314\ \frac{1}{\text{s}} \qquad T = 20\ \text{ms}$$

$$P = U \cdot I = U_0 \cdot I_0 \cdot \cos^2(\omega \cdot t)$$

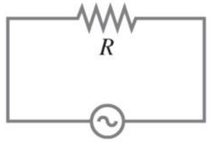
$$\overline{P} = \frac{1}{2} \cdot U_0 \cdot I_0 \qquad \text{weil} \qquad \frac{1}{T}\int_0^T \cos^2(\omega \cdot t) \cdot dt = \frac{1}{2}$$

Gleichstrom und Gleichspannung mit derselben mittleren Leistung (Effektivwerte)

$$U_{\text{eff}} = \frac{U_0}{\sqrt{2}} \qquad I_{\text{eff}} = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$$

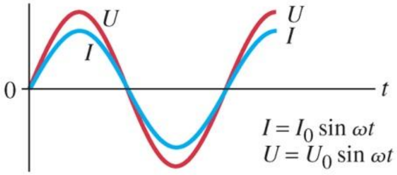
Die Angabe "230 V Wechselstrom" bezieht sich auf die Effektivspannung.
Amplitude: $$U_0 = U_{\text{eff}} \cdot \sqrt{2} = 230\ \text{V} \cdot 1{,}41 = 324\ \text{V}$$

5.2.2 Wechselstromwiderstand



(a)

a) Ohmscher Widerstand *R*

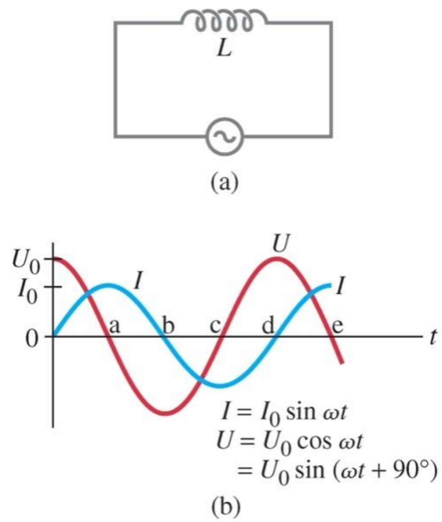


(b)

$$U = U_0 \cdot \cos(\omega \cdot t) \qquad I = I_0 \cdot \cos(\omega \cdot t)$$

Strom und Spannung sind gleichphasig.

b) Induktiver Widerstand, Induktivität L



$$U_0 \cdot \cos(\omega \cdot t) - L \cdot \frac{dI}{dt} = 0$$

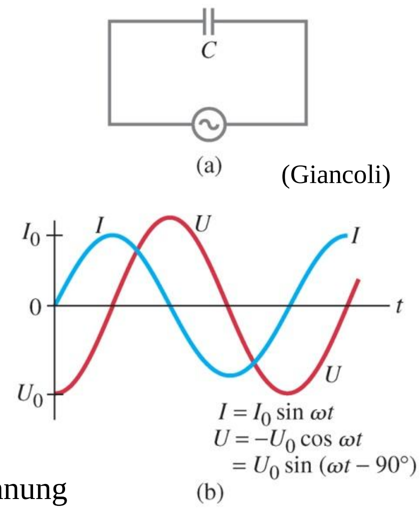
$$I = \frac{U_0}{L} \int \cos(\omega \cdot t) \cdot dt = \frac{U_0}{\omega \cdot L} \cdot \sin(\omega \cdot t) = I_0 \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

Der Strom bleibt gegenüber der Spannung um 90° (π/2) zurück.
Induktiver Widerstand:

$$R_L = \frac{U}{I} = i\omega L \qquad |R_L| = \frac{U_0}{I_0} = \omega \cdot L$$

Die induzierte Gegenspannung setzt dem Strom einen Widerstand entgegen.
Im Nulldurchgang des Stroms ist seine zeitliche Änderung am größten und die Gegenspannung ist maximal.
Im Maximum des Stroms ist seine zeitliche Änderung und damit die Gegenspannung null.

c) Kapazitiver Widerstand, Kapazität C



(Giancoli)

$$U_0 \cdot \cos(\omega \cdot t) = \frac{Q}{C} \qquad \frac{dQ}{dt} = I$$

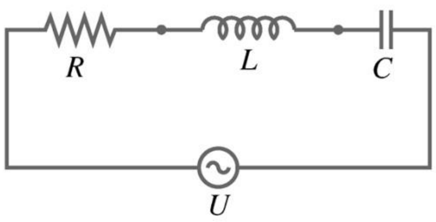
$$I = \frac{d}{dt}\left(C \cdot U_0 \cdot \cos(\omega \cdot t)\right) = -\omega \cdot C \cdot U_0 \cdot \sin(\omega \cdot t) = I_0 \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

Der Strom eilt der Spannung um 90° (π/2) voraus.
Kapazitiver Widerstand:

$$R_C = \frac{U}{I} = \frac{1}{i\omega C} \qquad |R_C| = \frac{U_0}{I_0} = -\frac{1}{\omega C}$$

Die Spannung zwischen den Kondensatorplatten baut sich verzögert auf.
Im Nulldurchgang des Stroms ist seine zeitliche Änderung am größten und die Gegenspannung ist maximal. Im Maximum des Stroms ist seine zeitliche Änderung und damit die Gegenspannung null.

Komplexer Widerstand



R, L und C in Reihe geschaltet (komplexe Schreibweise):

$U_0 \cdot \exp(\mathrm{i}\omega \cdot t)$ statt $U_0 \cdot \cos(\omega \cdot t)$

$$U = U_0 \cdot \exp(\mathrm{i}\omega \cdot t) = L \cdot \frac{dI}{dt} + \frac{Q}{C} + R \cdot I \qquad I = I_0 \cdot \exp\left(i\{\omega \cdot t - \phi\}\right)$$

$$\mathrm{i}\omega \cdot U_0 \cdot \exp(\mathrm{i}\omega \cdot t) = L \cdot \frac{d^2 I}{dt^2} + \frac{I}{C} + R \cdot \frac{dI}{dt}$$

$$= -\omega^2 \cdot L \cdot I_0 \cdot \exp\left(i\{\omega \cdot t - \phi\}\right) + \frac{1}{C} \cdot I_0 \cdot \exp\left(i\{\omega \cdot t - \phi\}\right) + \mathrm{i}\omega \cdot R \cdot I_0 \cdot \exp\left(i\{\omega \cdot t - \phi\}\right)$$

$$\mathrm{i}\omega \cdot U = -\omega^2 \cdot L \cdot I + \frac{1}{C} \cdot I + \mathrm{i}\omega \cdot R \cdot I$$

$$Z = \frac{U}{I} = -\frac{\omega^2 \cdot L}{\mathrm{i}\omega} + \frac{1}{\mathrm{i}\omega \cdot C} + \frac{\mathrm{i}\omega \cdot \mathrm{R}}{\mathrm{i}\omega} = \mathrm{i}\omega \cdot L - \frac{\mathrm{i}}{\omega \cdot C} + R = R + \mathrm{i}\left(\omega \cdot L - \frac{1}{\omega \cdot C}\right) = |Z| \cdot e^{i\phi}$$

$$|Z| = \sqrt{R^2 + \left(\omega \cdot L - \frac{1}{\omega \cdot C}\right)^2}$$

Komplexer Widerstand (**Impedanz**)

$$\tan\phi = \frac{\mathrm{Im}(Z)}{\mathrm{Re}(Z)} = \frac{\omega \cdot L - 1/(\omega \cdot C)}{R}$$

Phasenverschiebung

$$I_0 = \frac{U_0}{\sqrt{R^2 + \left(\omega \cdot L - \frac{1}{\omega \cdot C}\right)^2}}$$

Schwingkreis mit Resonanz: Maximum bei

$$\omega \cdot L = \frac{1}{\omega \cdot C} \quad \rightarrow \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{1}{L \cdot C}}$$

Zur komplexen Schreibweise:

Wenn zwei Größen nicht gleichphasig oszillieren, kann man sie durch Sinus und Kosinus darstellen oder aber durch die komplexe Exponentialschreibweise. Vorteile:

- Statt der trigonometrischen Additionstheoreme kann man die (einfacheren) Regeln von Exponentialfunktionen verwenden.
- Die grafische Darstellung als Zeiger in der komplexen Zahlenebene (Betrag = Zeigerlänge, Phase = Winkel des Zeigers gegen die reelle Achse) ist übersichtlicher als die Überlagerung von Sinuswellen.

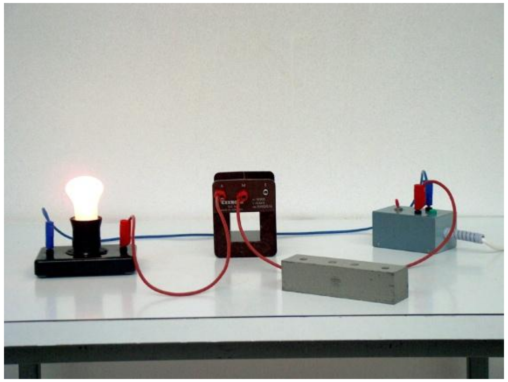
Konvention: Eine Messgröße erhält man aus der komplexen Größe durch Bildung des Realteils, z.B.
- additive Terme mit "i" weglassen
- Addition mit der konjugiert komplexen Größe und durch 2 teilen

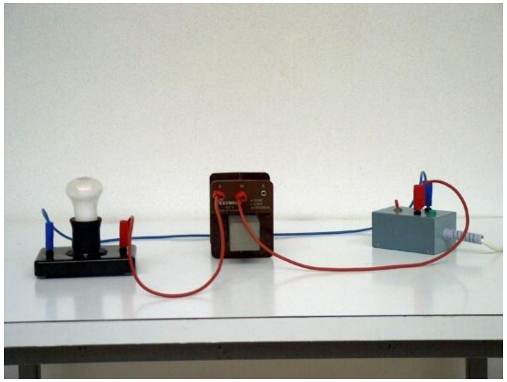
$$C = A + i \cdot B$$

$$\mathrm{Re}(C) = \frac{1}{2}\{A + i \cdot B + A - i \cdot B\} = A$$

$$U = U_0 \cdot e^{i(\omega \cdot t + \varphi)}$$

$$\mathrm{Re}(U) = \frac{1}{2}\left\{U_0 \cdot e^{i(\omega \cdot t+\varphi)} + U_0 \cdot e^{-i(\omega \cdot t+\varphi)}\right\} = U_0 \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi)$$





Versuch: Ein Strom durch eine Luftspule lässt eine Glühlampe leuchten. Der Eisenkern erhöht die Induktivität von L auf $\mu \cdot L$. Der erhöhte induktive Widerstand verringert den Strom soweit, dass die Lampe nicht mehr leuchtet.

Unbelasteter Transformator $\frac{U_2}{U_1} = -\frac{N_2}{N_1} \cdot U_1$ (Vorzeichen hängt von Windungsrichtung etc. ab)

Auf der Sekundäseite fließt kein Strom, auf der Primärseite (Ohmscher Widerstand vernachlässigt) nur ein "Blindstrom", d.h. Strom und Spannung um 90° phasenversetzt, keine Leistungsaufnahme.

Belasteter Transformator mit komplexem Widerstand (R, L, C) auf der Sekundärseite

Was ändert sich? Wie groß sind die Ströme auf der Primär- und Sekundärseite?

$$U_1 = i\omega L_1 \cdot I_1 + i\omega L_{12} \cdot I_2$$

$$U_2 = \underbrace{-i\omega L_{12} \cdot I_1 - i\omega L_2 \cdot I_2 = Z \cdot I_2}$$

nach I_2 aufgelöst und in obige Gleichung eingesetzt, um beide Ströme durch U_1 auszudrücken

$$I_1 = \frac{i\omega L_2 + Z}{i\omega L_1 \cdot Z + \omega^2 \left(L_{12}^2 - L_1 L_2\right)} \cdot U_1$$

$$I_2 = \frac{i\omega L_{12}}{i\omega L_1 \cdot Z + \omega^2 \left(L_{12}^2 - L_1 L_2\right)} \cdot U_1$$

→ Verhältnis der Ströme $\frac{I_2}{I_1} = \frac{i\omega L_{12}}{i\omega L_2 + Z}$

→ Verhältnis der Spannungen

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{I_2 \cdot Z}{U_1} = \frac{i\omega L_{12} \cdot Z}{i\omega L_1 \cdot Z + \omega^2 \left(L_{12}^2 - L_1 L_2\right)}$$

Abhängigkeit der Spannungen und Ströme von
- Impedanz Z auf der Sekundärseite
- Kopplungsgrad $k = \frac{L_{12}}{\sqrt{L_1 L_2}}$ maximal = 1, keine magnetischen Streuverluste $\rightarrow L_{12} = \sqrt{L_1 L_2}$

Ohmsche Belastung $Z = R$

Annahme vollständiger Kopplung ($k = 1$)

$$\frac{U_2}{U_1} = -\frac{i\omega\sqrt{L_1 L_2}\cdot R}{i\omega L_1 \cdot R + 0} = -\frac{\sqrt{L_2}}{\sqrt{L_1}} = -\frac{N_2}{N_1} \qquad \frac{I_2}{I_1} = \frac{i\omega\sqrt{L_1 L_2}}{i\omega L_2 + R} \xrightarrow{R\to 0} \frac{I_2}{I_1} \to \frac{N_1}{N_2}$$

Phasendifferenz 180° für vollständige Kopplung, sonst < 180°

Rein induktive Belastung $Z = i\omega L$

$$\frac{U_2}{U_1} = -\frac{-\omega^2 L_{12}\cdot L}{-\omega^2 L_1 + \omega^2\left(L_{12}^2 - L_1 L_2\right)} = -\frac{L_{12}/L_1}{1 + \left(L_2/L\right)\left(1-k^2\right)}$$

Phasendifferenz immer 180°

Annahme vollständiger Kopplung ($k = 1$)

$$\frac{U_2}{U_1} = -\frac{\sqrt{L_2}}{\sqrt{L_1}} = -\frac{N_2}{N_1}$$

unabhängig von L

Rein kapazitive Belastung $Z = 1/i\omega C$

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{L_{12}}{L_1 - \omega^2 C \cdot L_1 L_2\left(1-k^2\right)}$$

Phasendifferenz immer 0°

Annahme vollständiger Kopplung ($k = 1$)

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{\sqrt{L_2}}{\sqrt{L_1}} = \frac{N_2}{N_1}$$

unabhängig von C