13. Übungsblatt zur Physik I

Prof. Dr. G. Hiller, Prof. Dr. S. Khan

Abgabe: Bis Dienstag, den 23. Januar 2018 12:00 Uhr WS 2017/18

Aufgabe 1 : Stirlingmotor (6 Punkte)

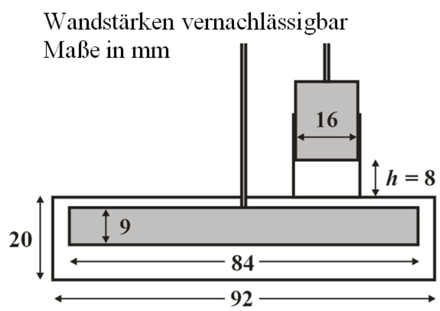
Der abgebildete Stirlingmotor besteht aus einem Zylinder, in dem sich ein zylindrischer Verdrängerkolben befindet, und an den sich ein Rohr mit einem kleineren zylindrischen Arbeitskolben anschließt. Der Motor wird von unten geheizt. Für die eingeschlossene Luft sei angenommen: Temperatur der abgekühlten Luft $T_1 = 300$ K, Temperatur der erwärmten Luft $T_2 = 330$ K, Stoffmenge 0,004 mol, zweiatomiges Gas (5 Freiheitsgrade: 3×Translation, 2×Rotation).

(a) Skizzieren Sie qualitativ ein p-V-Zustandsdiagramm des vereinfachten Kreisprozesses, der nur aus Isochoren und Isothermen besteht. In welchen Zweigen wird der eingeschlossenen Luft Wärme, innere Energie und mechanische Arbeit zugeführt bzw. entnommen?.

(b) Zeigen Sie, dass bei einer isothermen Expansion eines idealen Gases von Volumen V_1 nach V_2 die geleistete Arbeit pro Mol $\Delta W = -\int_{V_1}^{V_2} p \cdot dV = -R \cdot T \cdot \ln(V_2/V_1)$ ist (R = Gaskonstante). Berechnen Sie die Luftvolumina V_U und V_O für den Arbeitskolben in der unteren Position (schließt bündig mit dem Zylinder ab) und in der oberen Position (Hub 8 mm).

(c) Berechnen Sie den Druck und die innere Energie der Luft für die vier "Ecken" im p-V-Diagramm, d.h. für alle Kombinationen von $V_{\mathrm{U,O}}$ und $T_{1,2}$.

(d) Berechnen Sie für alle vier Zweige im p-V-Diagramm die zugeführte bzw. entnommene Wärmemenge und mechanische Arbeit. Wie groß ist der Wirkungsgrad des Stirlingmotors unter der Annahme, dass die an den isochoren Zweigen beteiligte Wärme (z.B. im Verdrängerkolben) zwischengespeichert werden kann? Wie groß könnte der Wirkungsgrad einer Wärmekraftmaschine bei den angegebenen Temperaturen maximal sein?



Aufgabe 2 : Spezifische Wärme (4 Punkte)

In der Vorlesung wurde ein Experiment zur spezifischen Wärme gezeigt, bei dem ein Aluminium- und ein Eisenkörper jeweils in kochendem Wasser erwärmt dann und in 150 g Wasser der Temperatur 20°C getaucht wurde. Die Wärmekapazität des Behälters sei 78,2 J/K, die spezifische Wärme des Wassers sei 4,182 J/(g·K). Die spezifische Wärme beider Metalle sei durch das Dulong-Petit-Gesetz gegeben.

(a) Welche Energie nimmt der Alumimiumkörper (Molmasse 27,0 g) auf, wenn seine Masse 50,0 g beträgt und er von 20°C auf 100°C erwärmt wird?

(b) Welche Mischungstemperatur stellt sich nach dem Eintauchen des Aluminiumkörpers in das Wasser ein?

(c) Welche Masse hat der Eisenkörper (Molmasse 55,8 g), wenn sich dieselbe Mischungstemperatur einstellt?

(d) Ist die Mischungstemperatur höher oder niedriger, wenn das Dulong-Petit-Gesetz bei Raumtemperatur nicht genau erfüllt ist (Begründung)?

Aufgabe 3 : Ideales Gas (5 Punkte)

Die Entropie S des idealen Gases sei gegeben durch

$$S(E,V,N) = Nk_\mathrm{B} \ln\left(V\left(\frac{4\pi mE}{3h^2N}\right)^{\frac{3}{2}}\right) .$$

(a) Bestimmen Sie mit Hilfe der Relation

$$\frac{1}{T} = \left(\frac{\partial S}{\partial E}\right)_{N,V}$$

die Innere Energie E des Systems.

(b) Berechnen Sie aus der Inneren Energie die Wärmekapazität C_V.

(c) Leiten Sie abschließend mit der Gleichung

$$p = T\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_{E,N}$$

die Zustandsgleichung des idealen Gases her.

Aufgabe 4 : Thermodynamische Größen (5 Punkte)

Die Zustandsgleichung $p = p(V,T)$ eines Gases sei bekannt.

(a) Drücken Sie die isotherme Kompressibilität

$$\kappa_T = -\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T$$

sowie den isobaren Ausdehnungskoeffizienten

$$\alpha = \frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p$$

durch partielle Ableitungen von $p(V,T)$ nach V und T aus.

(b) Die Zustandsgleichung für ein System lautet

$$pV + \frac{1}{2}ap^2 = k_\mathrm{B}N(T-T_0)\,,$$

wobei T_0 und a Konstanten sind. Berechnen Sie die Größen κ_T und α für das vorliegende System. Vereinfachen Sie, bis das Ergebnis unabhängig von T ist.

Hinweis: Folgende Relationen könnten hilfreich sein:

$$\left(\frac{\partial x}{\partial y}\right)_z = \frac{1}{\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)_z} \quad \text{und} \quad \left(\frac{\partial x}{\partial y}\right)_z \left(\frac{\partial y}{\partial z}\right)_x \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_y = -1\,.$$