

ÜBUNGEN ZUR
EXPERIMENTALPHYSIK III (BACHELOR-STUDIENGANG MEDIZINPHYSIK)
WINTERSEMESTER 2015/2016

– BLATT 5 –

Ausgabe am 20.11.2015

Abgabe am 27.11.2015 bis 14:00 (Kasten 210 im Foyer des Physik-Gebäudes)

Lösungen bitte handschriftlich und dokumentenecht (Kuli o.ä.) in Papierform. Maximal vier Teilnehmer/innen können eine gemeinsame Lösung einreichen. Bitte heften Sie alle Blätter zusammen, geben Sie auf der ersten Seite alle Namen und die Übungsgruppe (oben rechts) an sowie auf den folgenden Seiten mindestens einen Namen. Der Lösungsweg muss nachvollziehbar sein.

Aufgabe 1: Auf- und Absteigeoperatoren (5 Punkte)

Der Aufsteigeoperator a_+ und der Absteigeoperator a_- für den harmonischen Oszillator sind definiert als $a_{\pm} \equiv \frac{1}{\sqrt{2m\hbar\omega}} (\mp ip + m\omega x)$. Hier sehen Sie, wie diese Operatoren „funktionieren“:

- a) Berechnen Sie die Wellenfunktion ψ_0 mit der niedrigsten Energie über den Ansatz, dass die Anwendung des Absteigeoperators auf ψ_0 null sein muss: $a_- \psi_0 = 0$. Dies führt sofort zu einer Differenzialgleichung, die Sie so umformen, dass eine Seite nur die Variable ψ_0 und die andere Seite nur x enthält. Die Lösung erhalten Sie dann durch Integration. Bei der Normierung der Wellenfunktion hilft Ihnen: $\int_{-\infty}^{\infty} \exp(-ax^2) \cdot dx = \sqrt{\frac{\pi}{a}}$.
- b) Ermitteln Sie den Energieeigenwert E_0 durch Anwendung der Eigenwertgleichung $\hbar\omega \cdot (a_+ a_- + 1/2) \psi_0 = E \cdot \psi_0$ unter Berücksichtigung von $a_- \psi_0 = 0$.
- c) Berechnen Sie nun die Wellenfunktion ψ_1 für den ersten angeregten Zustand des harmonischen Oszillators mit der Gleichung $a_+ \psi_n = \sqrt{n+1} \psi_{n+1}$.
- d) Geben Sie den Energieeigenwert E_1 des ersten angeregten Zustands an, indem Sie eine weitere Regel für Auf- und Absteigeoperatoren verwenden: $H(a_+ \psi_n) = (E_n + \hbar\omega)(a_+ \psi_n)$.

Aufgabe 2: Potenzialtopf (3 Punkte)

Ein eindimensionaler rechteckiger Potenzialtopf habe eine Breite von 0,7 nm und die Höhe sei $V_0 = 10$ eV. Schätzen Sie die Energie der gebundenen Zustände in der Näherung eines unendlich hohen Potenzialtopfes ab.

- a) Wie viele gebundene Zustände kann ein Elektron einnehmen?
- b) Wie viele gebundene Zustände kann ein Proton einnehmen?

(bitte wenden)

Aufgabe 3: Harmonischer Oszillator (3 Punkte)

Die Atome im Sauerstoffmolekül O_2 sind $r_0 = 0,12$ nm voneinander entfernt und können Schwingungen um ihre Gleichgewichtslage ausführen, wobei ein Abstand von $\hbar\omega = 0,19$ eV zwischen den Energieniveaus beobachtet wird.

- Schätzen Sie die „Federkonstante“ in N/m ab. Bedenken Sie dabei, dass bei der Schwingung eines Atoms relativ zum anderen die reduzierte Masse μ berücksichtigt werden muss (Sauerstoff hat 8 Protonen und 8 Neutronen).
- Das Potenzial zwischen den beiden Atomkernen kann durch den Kernabstand r folgendermaßen parametrisiert werden:

$$V(r) = V_0 \cdot \left(1 - e^{-\alpha(r-r_0)}\right)^2 - V_0 \quad \text{mit} \quad \alpha \equiv \omega \sqrt{\frac{\mu}{2V_0}} \quad \text{und} \quad V_0 = 5 \text{ eV} .$$

Wie groß ist die Energie, die zur Dissoziation des Moleküls (d.h. zur Trennung der Atome) benötigt wird? Fertigen Sie eine Skizze des Potenzialverlaufs $V_0(r)$ an.

Aufgabe 4: Kurzfragen (2 Punkte)

- Welche Gemeinsamkeiten haben Wellenfunktionen im unendlich hohen Potenzialkasten mit denen des harmonischen Oszillators? Welche Unterschiede gibt es?
- Das niedrigste Energieniveau in einem quantenmechanischen Potenzialtopf ist grundsätzlich nicht am tiefsten Punkt des Potenzials. Warum?