

Ausgabe: 10.07.2018
Abgabe: 17.07.2018, 12 Uhr

Prof. Dr. Shaukat Khan
Prof. Dr. Götz S. Uhrig

Aufgabe 0: Verständnisfragen

0 Punkte

- 1) Klassifizieren Sie die Folgenden Ausdrücke als Skalar, Vektor oder Tensor n -ter Stufe.
- (i) x_μ
 - (ii) $x_\mu x^\mu$
 - (iii) $x_\mu x^\nu$
 - (iv) $\Lambda^\sigma_\rho g_{\sigma\nu} x^\mu \delta_\mu^\nu \Lambda_{\alpha\beta}$
- 2) Eine Eisenkugel fällt durch ein senkrecht Aluminiumrohr. Was ändert sich, wenn die Kugel magnetisiert ist? Warum?
- 3) Was sind die Postulate, auf denen die Spezielle Relativitätstheorie basiert?
- 4) Beschreiben Sie in Worten, was passiert, wenn ein Kondensator durch eine Spule, deren Ohmscher Widerstand vernachlässigbar sei, entladen wird.

Aufgabe 1: Lorentztransformation

5 Punkte

Im Folgenden wird die Summenkonvention verwendet.

- (a) Berechnen Sie $g_{\mu\nu} g^{\mu\nu}$
- (b) Berechnen Sie $x_\mu x_\nu g^{\mu\nu}$
- (c) Multiplizieren Sie zwei Lorentztransformationen, die in die x -Richtung boosten. Nutzen Sie aus, dass daraus eine dritte Lorentztransformation folgen muss, um die relativistische Geschwindigkeitsaddition herzuleiten.

Aufgabe 2: Aus B mach E

5 Punkte

Um das elektromagnetische Feld in der vierdimensionalen Raumzeit auszudrücken, verwendet man den elektromagnetischen Feldstärketensor:

$$F^{\mu\nu} = \left[\begin{pmatrix} 0 & -\frac{1}{c}E_x & -\frac{1}{c}E_y & -\frac{1}{c}E_z \\ \frac{1}{c}E_x & 0 & -B_z & B_y \\ \frac{1}{c}E_y & B_z & 0 & -B_x \\ \frac{1}{c}E_z & -B_y & B_x & 0 \end{pmatrix} \right]^{\mu\nu}. \quad (1)$$

- (a) Verwenden Sie die Relation

$$F'^{\alpha\beta} = \Lambda^\alpha_\mu \Lambda^\beta_\nu F^{\mu\nu}, \quad (2)$$

um das Transformationsverhalten für das E - und B -Feld herzuleiten. Es wird die Summenkonvention verwendet. Nutzen Sie einen Boost entlang einer Koordinatenachse, zum Beispiel die x -Achse.

Kontrollerggebnis:

$$\vec{E}'_{\parallel} = \vec{E}_{\parallel} \quad (3)$$

$$\vec{B}'_{\parallel} = \vec{B}_{\parallel} \quad (4)$$

$$\vec{E}'_{\perp} = \gamma(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})_{\perp} \quad (5)$$

$$\vec{B}'_{\perp} = \gamma(\vec{B} - \frac{1}{c^2} \vec{v} \times \vec{E})_{\perp} \quad (6)$$

Betrachten Sie im Folgenden eine Punktladung mit Ladung q , die im Laborsystem durch ein Magnetfeld der Stärke B fliegt. Gravitative Effekte werden vernachlässigt.

- (b) Wie lautet die auf die Punktladung wirkende Gesamtkraft im Laborsystem?
- (c) Wie lautet die auf die Punktladung wirkende Gesamtkraft im Ruhesystem der Ladung?

Aufgabe 3: Kugelkondensator

3 Punkte

Betrachten Sie einen Kondensator, der aus zwei konzentrischen Kugeln mit Radien R_1 und R_2 besteht. Die Kugelschalen tragen Ladung Q und $-Q$.

- (a) Leiten Sie das elektrische Feld in allen drei Bereichen aus dem Gaußschen Gesetz her.
- (b) Wie groß ist die gespeicherte Ladung, wenn Sie an einen solchen (anfangs ungeladenen) Kondensator mit $R_1 = 1$ cm und $R_2 = 3$ cm eine Spannung von 1000 V anlegen?

Aufgabe 4: Stromkreis mit Batterie

4 Punkte

Eine Batterie mit einer Quellenspannung von 12 V wird mit einem Verbraucher verbunden, dessen Widerstand 100Ω beträgt. Der Innenwiderstand der Batterie sei 1Ω .

- (a) Wie groß ist der fließende Strom?
- (b) Wie groß ist die Spannung, die am Verbraucher abfällt?
- (c) Welche Spannung messen Sie am Verbraucher mit einem Voltmeter, dessen Widerstand $5 \text{ k}\Omega$ beträgt?

Aufgabe 5: Welle im Hohlleiter

3 Punkte

Betrachten Sie eine TE_{10} -Welle in einem rechteckigen Hohlleiter mit den Kantenlängen $a = 10$ cm und $b = 6$ cm.

- (a) Skizzieren Sie grafisch den Verlauf des E -Feldes in drei orthogonalen Ebenen.
- (b) Wie groß ist die Grenzfrequenz, unterhalb der die Welle nicht mehr propagiert?
- (c) Wie groß ist die Phasengeschwindigkeit der Welle bei einer Frequenz von $f = 2$ GHz?