

Ausgabe: 03.07.2018
Abgabe: 10.07.2018, 12 Uhr

Prof. Dr. Shaukat Khan
Prof. Dr. Götz S. Uhrig

Aufgabe 0: Verständnisfragen

0 Punkte

- 1) Wie hängt das Fernfeld von elektromagnetischer Strahlung in der Regel vom Abstand zur Quelle ab?
- 2) In einem Stromkreis sind zwei Widerstände R_1 und R_2 in Reihe geschaltet, wobei $R_1 > R_2$ ist. Durch welchen Widerstand fließt mehr Strom, an welchem liegt die höhere Spannung an, welcher erwärmt sich stärker? Beantworten Sie die Fragen nochmal für parallel geschaltete Widerstände.
- 3) Was ist der Verschiebungsstrom? Wie könnte man ihn in einem Plattenkondensator messen?
- 4) Welche Phasenbeziehung besteht zwischen dem elektrischen und magnetischen Feld einer elektromagnetischen Welle (i) im freien Raum und (ii) zwischen zwei reflektierenden Metallwänden?

Aufgabe 1: Datenspeicher

5 Punkte

Eine Speicherzelle (1 Bit) eines Computers kann als Kondensator aufgefasst werden. Die Kapazität betrage 10 pF und wird beim Auslesen über einen Entladewiderstand entladen. Angenommen, die Speicherzelle habe im geladenen Zustand den Spannungswert $U = 5\text{ V}$ und der Entladewiderstand sei $R = 10\text{ k}\Omega$

- (a) Wie viel Energie steckt in einem Speicherchip von 10 GByte (hier: $8 \cdot 10^9$ Bit), der die beschriebenen Speicherzellen enthält, wenn an allen Zellen 5 V anliegt?
- (b) Nach welcher Zeit hat eine Speicherzelle beim Entladen die halbe Spannung ($2,5\text{ V}$)?
- (c) Angenommen, der Speicherinhalt ist "verloren", wenn die Spannung unter 2 V fällt. Der Kondensator muss also vorher wieder aufgeladen werden. Mit welcher minimalen Taktrate muss ein solches "refresh" der Speicherzellen erfolgen, wenn das Wiederaufladen von 2 V auf 5 V mit einer Ladespannung von 9 V über denselben Widerstand wie beim Entladen ($R = 10\text{ k}\Omega$) erfolgt?

Aufgabe 2: Zylinderspule

5 Punkte

Eine Luftspule (d.h. ohne ferromagnetischen Kern) von 10 cm Länge wird mit 50 m Kupferdraht gewickelt. Der Drahtdurchmesser sei 1 mm . Der spezifische Widerstand von Kupfer ist $1,7 \cdot 10^{-8}\ \Omega\text{m}$.

- (a) Wie groß ist der Ohmsche Widerstand, wie groß ist die Induktivität der Spule?
- (b) Wie groß ist der Strom durch die Spule im Gleichgewicht, wenn eine Spannung von 12 V angelegt wird? Wie lange dauert es nach dem Anlegen der Spannung, bis die Hälfte des Gleichgewichtstroms erreicht ist?
- (c) Welche Energie ist beim Gleichgewichtstrom im Feld der Spule gespeichert? Wie lange dauert es, bis nach dem Anlegen der Spannung die Hälfte der Energie erreicht ist?

Aufgabe 3: Nicht-Relativistisches Liénard-Wiechert-Potential**5 Punkte**

Elektromagnetische Felder breiten sich mit Lichtgeschwindigkeit aus, sodass das Feld am Ort $\vec{r}(t)$ auch durch die Ladungsverteilung aus der Vergangenheit $t_{\text{ret}} < t$ beeinflusst wird. Das retardierte Liénard-Wiechert-Potential reduziert diesen Mechanismus auf die Potentiale, die von einer Punktladung auf der Trajektorie $\vec{R}(t_{\text{ret}})$ erzeugt werden, wobei die Zeitdifferenz $t - t_{\text{ret}}$ der Dauer entspricht, in welcher sich das Feld von $\vec{R}(t_{\text{ret}})$ nach $\vec{r}(t)$ ausbreitet.

Am Ort \vec{r} können zum Zeitpunkt

$$t = t_{\text{ret}} + \frac{D_{\text{ret}}}{c} \quad (1)$$

die Potentiale

$$\Phi(\vec{r}, t) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{D_{\text{ret}} - \vec{\beta} \cdot \vec{D}_{\text{ret}}} \quad (2)$$

$$\vec{A}(\vec{r}, t) = \frac{q\mu_0}{4\pi} \frac{\vec{V}(t_{\text{ret}})}{D_{\text{ret}} - \vec{\beta} \cdot \vec{D}_{\text{ret}}} \quad (3)$$

beobachtet werden mit dem Abstandsvektor

$$\vec{D}_{\text{ret}}(\vec{r}, t) := \vec{r} - \vec{R}(t_{\text{ret}}(\vec{r}, t)), \quad D_{\text{ret}} := |\vec{D}_{\text{ret}}|, \quad \vec{e}_{D_{\text{ret}}}(t_{\text{ret}}) := \frac{\vec{D}_{\text{ret}}}{D_{\text{ret}}} \quad (4)$$

zwischen Beobachter und der relativistischen Qualladung q am Ort \vec{R} zur retardierten Zeit $t_{\text{ret}}(\vec{r}, t)$. Ferner bezeichnen wir die Geschwindigkeit der Ladung mit

$$\vec{V} = \frac{d\vec{R}(t_{\text{ret}})}{dt_{\text{ret}}}, \quad \vec{\beta} = \frac{\vec{V}}{c}. \quad (5)$$

- (a) Betrachten Sie näherungsweise den nicht-relativistischen Fall $\beta \ll 1$. Begründen oder beweisen Sie für diese Näherung jeweils die folgenden drei Relationen

$$\frac{dt_{\text{ret}}}{dt} = 1, \quad \vec{\nabla}_r D_{\text{ret}} = \vec{e}_{D_{\text{ret}}}, \quad \frac{dD_{\text{ret}}}{dt_{\text{ret}}} = -\vec{e}_{D_{\text{ret}}} \cdot \vec{V}(t'). \quad (6)$$

- (b) Welche Form nehmen $\Phi(\vec{r}, t)$ und $\vec{A}(\vec{r}, t)$ in dieser Näherung an?
- (c) Berechnen Sie mit Ihren Ergebnissen aus Aufgabenteil a) und b) den Gradienten des Potentials Φ sowie die zeitlichen Ableitung des Vektorpotentials \vec{A} . Zeigen Sie hiermit, dass sich das elektrische Feld ergibt mit

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 D_{\text{ret}}^2} \left[\vec{e}_{D_{\text{ret}}} - \vec{\beta} \left(\vec{e}_{D_{\text{ret}}} \cdot \vec{\beta} \right) - \frac{D_{\text{ret}}}{c} \dot{\vec{\beta}} \right]. \quad (7)$$

- (d) Begründen Sie: Welcher Term in $\vec{E}(\vec{r}, t)$ aus (7) beschreibt die abgegebene Strahlung?
- (e) Nehmen Sie nun an, dass sich die Ladung in einer Kreisbahn bewegt. Berechnen Sie mit (7) das elektrische Feld $\vec{E}(\vec{0}, t)$ im Mittelpunkt der Kreisbahn.

Aufgabe 4: Strahlungsdruck

5 Punkte

Eine elektromagnetischen Welle trägt nicht nur eine Energiestromdichte \vec{S} (Poynting-Vektor wie in der Vorlesung beschrieben), sondern auch einen Impuls pro Volumeneinheit, der durch \vec{S}/c^2 gegeben ist, und damit einen Strahlungsdruck \vec{S}/c . Ein kleiner Kegel aus Silizium (Radius $R = 1$ mm, Dichte $\rho = 2.34$ g/cm³) soll durch einen senkrecht nach oben verlaufenden Laserstrahl (grünes Licht der Wellenlänge $\lambda = 530$ nm) gegen die Schwerkraft in der Schwebe gehalten werden. Der Kegel zeige mit der Spitze nach unten und der Winkel des Kegelmantels zur Grundfläche sei 45° .

- (a) Wie groß muss die Leistung des Lasers mindestens sein, damit der Kegel schwebt? Hängt sie vom Reflexionsvermögen des Kegelmaterials ab?
- (b) Licht kann man als elektromagnetische Welle oder aber auch als Strom von Lichtteilchen auffassen, die Photonen heißen und jeweils eine Energie von $E = h \cdot f$ tragen, wobei $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ Js das Plancksche Wirkungsquantum und f die Frequenz des Lichts ist. Wie viele Photonen pro Sekunde muss der Laser mindestens erzeugen?