

Ausgabe: 19.06.2018
Abgabe: 26.06.2018, 12 Uhr

Prof. Dr. Shaukat Khan
Prof. Dr. Götz S. Uhrig

Aufgabe 0: Verständnisfragen

0 Punkte

- 1) Betrachten Sie verschiedene Bereiche des elektromagnetischen Spektrums von den Radiowellen bis zur Gamma-Strahlung. Welche Gemeinsamkeiten und Unterschiede sehen Sie aus physikalischer Sicht und aus Ihrer Alltagserfahrung?
- 2) Erläutern Sie ohne Formeln, warum geladene Teilchen Strahlung aussenden, wenn sie beschleunigt werden, und geben Sie Beispiele. Warum geht es dabei fast ausschließlich um Elektronen?
- 3) Was ist der Unterschied zwischen einer transversalen und einer longitudinalen Welle? Wie verhalten sich bei elektromagnetischen Wellen die Vektoren \vec{E} , \vec{B} und \vec{k} zueinander?
- 4) Konstruieren Sie die Formel für eine eindimensionale stehende Welle mit Knoten beim Ursprung $x=0$.

Aufgabe 1: Elektromagnetische Wellen

5 Punkte

Im Folgenden sollen elektromagnetische Wellen im Vakuum betrachtet werden.

- a) Zeigen Sie, dass das Magnetfeld \vec{B} die homogene Wellengleichung erfüllt.
- b) Das elektrische Feld sei als ebene Welle der Form

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \frac{E_0}{5} (\vec{e}_x - 2\vec{e}_y) \exp(i(\omega t - kz))$$

gegeben. Berechnen Sie das Magnetfeld $\vec{B}(\vec{r}, t)$ und geben Sie dessen Polarisation an.

- c) Das magnetische Feld sei als ebene Welle der Form

$$\vec{B}(\vec{r}, t) = B_0 \cos(\omega t - kz) \vec{e}_x + B_0 \sin(\omega t - kz) \vec{e}_y$$

gegeben. Berechnen Sie das elektrische Feld $\vec{E}(\vec{r}, t)$ und geben Sie dessen Polarisation an.

Aufgabe 2: Unterschiedliche Formen von Wellenfronten

5 Punkte

- a) Bestimmen Sie den Exponenten α , so dass

$$f(r, t) = \frac{\exp(i(\omega t - kr))}{r^\alpha} \quad \text{mit} \quad r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

eine Lösung der Wellengleichung

$$\left(\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \vec{\nabla}^2 \right) f(r, t) = 0$$

ist.

- b) Beschreiben Sie die Wellenfronten geometrisch.
- c) Zeigen Sie rechnerisch, dass die Exponentialfunktion im Ansatz aus a) durch beliebige andere Funktionen der Form $g(\omega t - kr)$ ersetzt werden kann. Verwenden Sie das α aus dem Ergebnis von a).
- d) Kann der Ansatz aus a) auch die zweidimensionale Wellengleichung (mit $r = \sqrt{x^2 + y^2}$) lösen? Wie kann man diese zweidimensionalen Wellen in drei Dimensionen erzeugen?

Aufgabe 3: Gruppengeschwindigkeit von Wellen**5 Punkte**

Die Gruppengeschwindigkeit einer Welle gibt an, wie schnell sich ein Wellenpaket im Ganzen bewegt und somit auch wie schnell sich Information und Energie mit der Welle ausbreiten. In dieser Aufgabe soll die Formel zur Berechnung der Gruppengeschwindigkeit hergeleitet werden.

Wir betrachten dazu die Superposition zweier eindimensionaler Wellen der Form

$$f(x, t) = f_0 [\exp(i(\omega t - kx)) + \exp(i((\omega + \Delta\omega)t - (k + \Delta k)x))] ,$$

wobei sich die Wellen nur geringfügig in Wellenzahl und Frequenz unterscheiden sollen. Aus der Überlagerung der Wellen entsteht eine sogenannte Schwebung.

- a) Faktorisieren Sie $f(x, t)$ so, dass ein Faktor die Einhüllende (also die Modulation) der Welle darstellt. Bilden Sie den Betrag der Einhüllenden. Geben Sie die Extremstellen des Betrags der Einhüllenden an.
- b) Berechnen Sie die Geschwindigkeit, mit der sich die Extrema aus Teil a) bewegen. Wie verhält sich diese Geschwindigkeit für $\Delta k, \Delta\omega \rightarrow 0$? Deuten Sie das Ergebnis physikalisch.
- c) Skizzieren Sie graphisch jeweils die Dispersionsrelation $\omega(k)$ für die folgenden drei Fälle in einem gemeinsamen Diagramm:
 - i) Gruppengeschwindigkeit stets gleich Phasengeschwindigkeit
 - ii) Gruppengeschwindigkeit stets kleiner als Phasengeschwindigkeit
 - iii) Gruppengeschwindigkeit stets größer als Phasengeschwindigkeit

Begründen Sie, welche Fälle bei elektromagnetischen Wellen auftreten können.

Aufgabe 4: UKW-Radio**5 Punkte**

Ein Drehkondensator, dessen Kapazität zwischen 1 pF und 8 pF variiert werden kann, soll als Teil eines abstimmbaren Schwingkreises zum Radioempfang verwendet werden.

- a) Welches Verhältnis von maximaler zu minimaler Frequenz lässt sich einstellen? Für das UKW-Hörfunkband von 87,5 MHz bis 108 MHz ist der Bereich zu groß. Mit welcher zusätzlichen Kapazität lässt sich der Drehkondensator an den UKW-Bereich anpassen?
- b) Welche Induktivität wird benötigt, um den UKW-Bereich abzudecken?
- c) Welche Elemente im Schwingkreis beeinflussen die Trennschärfe des Radioempfängers?