Physik II — SoSe 2018
9. Übungsblatt

Ausgabe: 05.06.2018
Abgabe: 12.06.2018, 12 Uhr

Prof. Dr. Shaukat Khan
Prof. Dr. Götz S. Uhrig

Aufgabe 0: Verständnisfragen — 0 Punkte

1) Aus dem Induktionsgesetz ergibt sich das elektrische Feld tangential zu einer kreisförmigen Bahn mit Radius R zu $E = (1/2)R \cdot \langle \dot{B} \rangle$, wobei die zeitliche Änderung des B-Felds über die eingeschlossene Fläche gemittelt wurde (vgl. Betatron). Bedeutet dies, dass das E-Feld linear mit dem Radius zunimmt und gegen unendlich strebt?

2) Gegen Ende des 19. Jahrhunderts wurde erbittert darüber gestritten, ob die im Aufbau befindliche Stromwirtschaft auf Gleich- oder Wechselstrom setzen sollte. Nennen Sie Argumente für beide Optionen.

3) Bauen Sie mit möglichst einfachen Mitteln einen Elektromotor und bringen Sie ihn in die Übungsgruppe mit. Die originellsten Motoren werden (wenn sie funktionieren!) mit 3 Zusatzpunkten prämiert.

4) Wie hängt das Vektorpotential $\vec{A}(\vec{r})$ mit der Stromdichte $\vec{j}(\vec{r})$ zusammen?

Aufgabe 1: Transformator — 5 Punkte

Ein Transformator bestehe aus einem rechteckförmigen Eisenjoch und zwei Spulen, die spiegelsymmetrisch zueinander um die senkrechten Schenkel des Joch gewickelt sind. An die Primärspule mit Windungszahl N_1 wird eine Wechselspannung $U_1(t) = \hat{U}_1 \sin(\omega t)$ angelegt.

(a) Fertigen Sie eine Skizze an. Geben Sie das Spannungsverhältnis $|U_2/U_1|$ an, wobei U_2 die Spannung an der unbelasteten Sekundärspule mit Windungszahl N_2 ist.

(b) Welches Vorzeichen hat das Spannungsverhältnis, wenn die Spannung jeweils zwischen dem oberen und unteren Spulenende gemessen wird? Begründung?

(c) Wie hängt das Spannungsverhältnis von der Frequenz ω ab? Was passiert, wenn ω gegen null geht?

Aufgabe 2: Doppelleitung — 5 Punkte

Betrachten Sie zwei parallele Drähte in z-Richtung bei $x = \pm d/2$ und $y = 0$ mit dem Strömen $I(x = -d/2) = I_0$ und $I(x = d/2) = -I_0$. Der Radius jedes der zylindrischen Drähte ist r_0.

(a) Geben Sie Ausdrücke für den Betrag des Magnetfelds $B(x)$ entlang der Verbindungslinie zwischen den Mittelpunkten der Drähte an. In welche Richtung zeigt das B-Feld? Unterscheiden Sie zwischen Feldern innerhalb und außerhalb der Drähte.

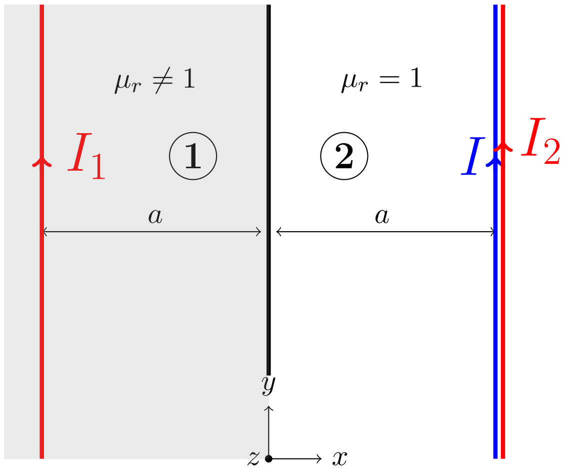
(b) Wie groß ist der magnetische Fluss durch die Fläche $A = d \cdot l$ zwischen $x = \pm d/2$ und $z = \pm l/2$?

(c) Wie groß ist der Selbstinduktionskoeffizient der Doppelleitung? Wie groß ist der minimale Selbstinduktionskoeffizient, wenn Sie d wählen können.

Aufgabe 3: Spiegeldrähte **5 Punkte**

Ebenso wie bei der Methode der Spiegelladungen, lassen sich Magnetfeldverteilungen mit Randbedingungen mit Hilfe von Spiegeldrähten realisieren. Dabei sind die unterschiedlichen Stetigkeitsbedingungen der Magnetfeldkomponenten zu berücksichtigen.

Wir möchten das magnetische Feld eines vom Strom I durchflossenen Drahtes berechnen, welcher sich **vor** einem Halbraum mit relativer Permeabilität μ_r befindet. Um die Randbedingungen auf der Grenzfläche zu erfüllen, werden **zwei** Spiegeldrähte I_1 und I_2 benötigt.



(a) Zeigen Sie, dass das $\vec{B}$-Feld eines einzelnen Drahtes, der parallel zur y-Achse liegt und durch den Punkt $(a,\, 0,\, 0)^{\mathrm{T}}$ geht, in kartesischen Koordinaten gegeben ist durch

$$\vec{B}_a(\vec{r}) = \frac{\mu_0\, \mu_r\, I}{2\pi\, \left[(x-a)^2 + z^2\right]} \begin{pmatrix} -z \\ 0 \\ x-a \end{pmatrix}$$

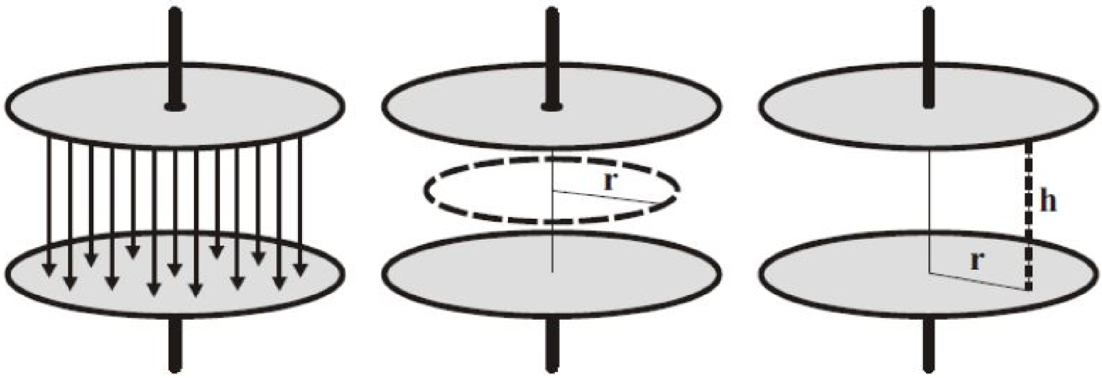
(b) Berechnen Sie die Felder $\vec{B}^{(1)}(\vec{r})$ im linken und $\vec{B}^{(2)}(\vec{r})$ im rechten Halbraum. Das Magnetfeld im Bereich 1 soll dabei allein von I_2 erzeugt werden, das Feld im Bereich 2 von I und I_1 (Superposition).

(c) Wie lauten die Stetigkeitsbedingungen an die Normalkomponente von $\vec{B}^{(1)}$ und $\vec{B}^{(2)}$ auf der Grenzfläche, wie die Bedingungen an die Tangentialkomponente? Bestimmen Sie die Ströme I_1 und I_2 so, dass diese Bedingungen erfüllt sind.

(d) Diskutieren Sie den Spezialfall eines Supraleiters ($\mu_r = 0$), der den linken Halbraum ausfüllt. Wird der Draht vom Supraleiter angezogen oder abgestoßen?

Aufgabe 4: Kondensator mit Wechselspannung **5 Punkte**

Der Betrag des elektrischen Felds im unten dargestellten Plattenkondensator sei durch $E_1 = E_0 \cdot \exp(i\omega t)$ mit der Kreisfrequenz ω gegeben. Das Feld sei zunächst als homogen angenommen und zwischen den Kondensatorplatten befinde sich Vakuum.



(a) Die zeitliche Änderung des Felds stellt einen Verschiebungsstrom dar und bewirkt ein Magnetfeld. Berechnen Sie dieses Magnetfeld B_1 als Funktion des Radius r, indem Sie die entsprechende Maxwell-Gleichung in Integralform auf den im mittleren Bild gezeigten Kreis anwenden.

(b) Die zeitliche Änderung des in (a) berechneten Magnetfelds induziert ein elektrisches Feld. Berechnen Sie dieses Feld E_2 als Funktion des Radius r, indem Sie die entsprechende Maxwell-Gleichung in Integralform auf das im rechten Bild gezeigte Rechteck anwenden. Nur der gestrichelte Weg trägt zum Linienintegral bei. Warum? Achten Sie auch auf das Vorzeichen des induzierten Felds.

(c) Berechnen Sie analog zu (a) das Magnetfeld B_2 aufgrund der Änderung von E_2 sowie analog zu (b) das elektrische Feld E_3 aufgrund der Änderung von B_2.

(d) Skizzieren Sie die berechneten Feldbeiträge grafisch als Funktionen von r. Das insgesamt entstehende E- und B-Feld kann jeweils als Summe unendlich vieler Beiträge dargestellt werden. Raten Sie, wie die Beiträge der nächst höheren Ordnungen und wie die resultierenden Felder aussehen. Informieren Sie sich (Internet, Bibliothek etc.) über die Reihendarstellung der sogenannten "Bessel-Funktionen erster Gattung" $J_0(x)$ und $J_1(x)$.