

Ausgabe: 29.05.2018
Abgabe: 05.06.2018, 12 Uhr

Prof. Dr. Shaukat Khan
Prof. Dr. Götz S. Uhrig

Aufgabe 0: Verständnisfragen

0 Punkte

- 1) Warum ist das magnetische Dipolmoment \vec{p}_m unabhängig von der Wahl des Koordinatensystems?
- 2) Stellen Sie die Hysteresekurven eines „weichmagnetischen“ und eines „hartmagnetischen“ Materials in einem für diesen Zweck sinnvollen Koordinatensystem dar. Erläutern Sie die Bedeutung der Punkte, an denen die Kurven die Achsen schneiden.
- 3) Wie unterscheiden sich das magnetische und das elektrische Potential?
- 4) Um einen Eisenring ist eine Spule mit 100 Windungen gewickelt. Der Ring wird durch eine 10 mm breite Lücke unterbrochen. Schätzen Sie das Magnetfeld B in der Lücke ab, wenn der Strom durch die Spule 100 mA beträgt.

Aufgabe 1: Der Einstein-de-Haas-Effekt

5 Punkte

Die wohl einzigen experimentellen Arbeiten, die Albert Einstein publizierte, beschreiben Versuche, die er 1914/15 zusammen mit Wander de Haas an der Deutschen Physikalischen Reichsanstalt in Berlin durchführte. Die Grundidee war, dass das Magnetisieren eines senkrecht aufgehängten Eisenstabs in einem ebenfalls senkrecht verlaufenden Magnetfeld aufgrund der Drehimpulserhaltung zu einer beobachtbaren Drehung des Stabs führen sollte.

- (a) Angenommen, Elektronen bewegen sich auf Kreisbahnen um die Atomkerne und erzeugen ein magnetisches Moment. Geben Sie das sogenannte gyromagnetische Verhältnis von magnetischem Moment p_m und Drehimpuls L für ein Elektron an. Die Elektronenmasse ist $9.11 \cdot 10^{-31}$ kg.
- (b) Bei einer Feldstärke von etwa $B = 1.5$ T sind alle elementaren magnetischen Momente ausgerichtet (Sättigung). Wie groß ist dann die Magnetisierung M (für Eisen gilt $M \gg H$) und das magnetische Moment für einen Eisenstab mit Volumen 100 cm^3 ?
- (c) Welches magnetische Moment steuert jedes Eisenatom bei? Die Dichte von Eisen beträgt 7.9 g/cm^3 und ein Mol (56 g) enthält $6,02 \cdot 10^{23}$ Atome. Schätzen Sie die Atomgröße und hieraus die Geschwindigkeit der Elektronen unter der Annahme von Kreisbahnen ab.
- (d) Wie groß ist die Drehimpulsänderung beim Übergang vom ungeordneten Zustand zur vollständigen Ausrichtung der elementaren magnetischen Momente bei $B = 1.5$ T? Wie groß ist die Winkelgeschwindigkeit des Eisenstabs, wenn er 20 cm lang ist und vor der Magnetisierung in Ruhe war?

Anmerkung: Das eigentlich interessante Ergebnis dieser sehr schwierigen Experimente ist, dass das gefundene gyromagnetische Verhältnis doppelt so groß ist wie nach der Kreisstrom-Hypothese erwartet. Die Magnetisierung wird nicht von Kreisströmen verursacht, sondern von den sogenannten *Elektronenspins*.

Aufgabe 2: Little Green Men, revisited

5 Punkte

Der Krebsnebel ist der Überrest einer Supernovaexplosion, die im Jahr 1054 stattfand (siehe Physik I, Übungsblatt 8, Aufgabe 1). Der im Zentrum des Nebels rotierende Pulsar emittiert zurzeit Radiopulse mit einer Periode von $T = 33.1$ ms, die pro Jahr um $11 \mu\text{s}$ abnimmt. Unter der Annahme einer Masse von $2.8 \cdot 10^{30}$ kg und einer Abschätzung der Energieverlustrate ergibt sich ein Radius von 10 km. Nach dem gängigen Modell sind Pulsare Neutronensterne mit einem magnetischen Dipolmoment, das gegen die Rotationsachse geneigt ist. Die abgestrahlte Leistung eines zeitabhängigen magnetischen Moments ist

$$P = \frac{\mu_0}{6\pi c^3} \left| \ddot{\vec{p}}_m \right|^2,$$

wobei c die Lichtgeschwindigkeit und $\vec{p}_m = p_{m0}(\cos(\omega t), \sin(\omega t), 0)$ ein mit Winkelgeschwindigkeit ω rotierendes Dipolmoment ist, das sich aus der Projektion des Gesamtdipolmoments auf eine x - y -Ebene senkrecht zur Rotationsachse ergibt.

- Setzen Sie die abgestrahlte Leistung mit der zeitlichen Änderung der Rotationsenergie gleich und ermitteln Sie p_{m0} .
- Um die Größenordnung des magnetischen Felds grob abzuschätzen, nehmen Sie an, p_{m0} werde durch einen Kreisstrom am Äquator einer Kugel von 10 km Radius erzeugt. Wie groß ist dieser Kreisstrom und wie groß ist dann das Magnetfeld an einem der Pole?

Aufgabe 3: Schwingender Dipol

5 Punkte

Betrachten Sie eine kreisförmige Leiterschleife mit Radius R , die sich in der xy -Ebene befindet und von einem Strom I durchflossen wird. Im Mittelpunkt der Leiterschleife befindet sich ein kleiner magnetischer Dipol, z.B. der Spin eines Elektrons, der in Richtung des B -Feldes ausgerichtet ist und der sich nur in z -Richtung bewegen kann.

- Geben Sie den allgemeinen Ausdruck der potentiellen Energie E_{pot} des Dipols als Funktion seiner Auslenkung z an.
- Entwickeln Sie E_{pot} bis in zweite Ordnung in z .
- Bestimmen Sie die Schwingungsfrequenz ω , mit der der Dipol bei kleinen Auslenkungen um $z = 0$ herum schwingt.

Aufgabe 4: Magnetisches Moment

5 Punkte

Berechnen Sie die magnetischen Momente der folgenden Systeme:

- Vollkugel mit Radius R und Ladung Q , die mit einer konstanten Winkelgeschwindigkeit ω um eine raumfeste Achse durch den Kugelmittelpunkt rotiert.
- Hohlkugel mit Radius R und der Ladungsdichte

$$\rho(\vec{r}) = \sigma_0 \delta(r - R) \cos(\theta)^2, \quad (1)$$

die mit konstanter Winkelgeschwindigkeit $\vec{\omega}$ um eine raumfeste Achse durch den Kugelmittelpunkt rotiert. Hierbei ist θ der Winkel zwischen $\vec{\omega}$ und \vec{r} .

- Vergleichen Sie Ihre beiden Ergebnisse quantitativ miteinander.
- Berechnen Sie außerdem für beide Geometrien den Drehimpuls \vec{L} und vergleichen Sie. Was fällt Ihnen beim Vergleich des Drehimpulses mit den magnetischen Momenten auf?