

Ausgabe: 22.05.2018  
Abgabe: 29.05.2018, 12 Uhr

Prof. Dr. Shaukat Khan  
Prof. Dr. Götz S. Uhrig

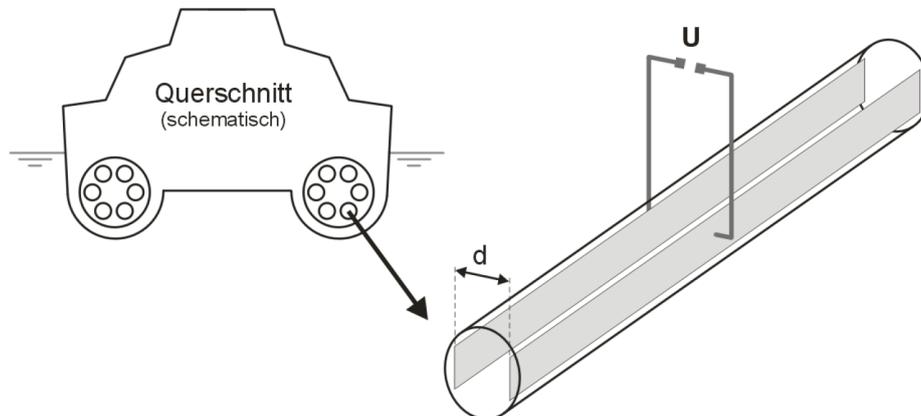
**Aufgabe 0: Verständnisfragen**

**0 Punkte**

- 1) Ihr Onkel Frank präsentiert Ihnen voller Stolz ein altes Antennenkabel, das Sie seiner Meinung nach in Ihrem Alter ja gar nicht mehr kennen können. Wie können Sie Ihr Wissen aus Physik II verwenden, um Ihren Onkel mit Fakten über Koaxialkabel zu überraschen?  
*Hinweis:* Es handelt sich beim Antennenkabel um ein Koaxialkabel, das aus zwei voneinander isolierten hohlzylinderförmigen Leitern besteht, die konzentrisch angeordnet sind.
- 2) Welche Freiheiten besitzen Sie bei der Wahl von klassischen mechanischen Potentialen  $V(\vec{r})$ ? Welche gibt es dagegen bei elektromagnetischen Potentialen?
- 3) Was ist die Zyklotronfrequenz und wie hängt sie von der Geschwindigkeit eines geladenen Teilchens ab?
- 4) Eine bei mathematisch unbewanderten Experimentalphysikern beliebte Formel für die Beziehung zwischen dem Impuls  $p$  eines geladenen Teilchens und dem Krümmungsradius  $R$  seiner Bahn im Magnetfeld  $B$  ist  $p[\text{GeV}/c] = 0.3 \cdot B[\text{T}] \cdot R[\text{m}]$ . Verifizieren Sie die Formel. Unter welchen Einschränkungen ist sie gültig?

**Aufgabe 1: Jagd auf Roter Oktober**

**5 Punkte**



In *The Hunt for Red October* (USA 1990) spielte Sean Connery (mit 60 Jahren etwas zu alt für weitere James-Bond-Rollen) den Kommandanten eines sowjetischen Atom-U-Boots, das er im Verlauf der dramatischen Handlung freundlicherweise der amerikanischen Navy übereignete. Das Besondere an dem U-Boot war der nahezu lautlose magnetohydrodynamische Antrieb. Der erste Prototyp eines Boots, das tatsächlich einen solchen Antrieb besaß, war die 30 m lange *Yamato 1*, gebaut von Mitsubishi im Jahr 1991.

In einer Publikation\* des *Japan Institute of Marine Engineering* findet man dazu folgende Angaben: Der in Seewasser eingetauchte Antrieb bestand aus 12 Röhren mit je einem Paar rechteckiger Elektroden (340 cm lang, 10 cm hoch, siehe Skizze). Der Abstand zwischen den Elektroden betrug  $d = 17,5$  cm. Supraleitende Spulen sorgten für ein homogenes Magnetfeld der Stärke 4 T. Der Stromfluss zwischen den Elektroden erforderte eine Leistung von 3600 kW und bewirkte eine Gesamtkraft von 16 kN (für alle Röhren zusammen).

- (a) Zwischen den Elektroden fließt ein Strom von Ionen quer zur Röhre. Wie muss das Magnetfeld orientiert sein, damit die Lorentzkraft parallel zur Röhrenachse wirkt?
- (b) Die Anzahl der Ionen pro Volumen sei  $n$ , ihre Ladung  $q$  und ihre Geschwindigkeit  $v$ , sodass die Stromdichte durch  $\vec{j} = n \cdot q \cdot v$  gegeben ist. Geben Sie einen allgemeinen Ausdruck für die gesamte Lorentzkraft und für den gesamten Ionenstrom zwischen einem Elektrodenpaar an.
- (c) Berechnen Sie aus den obigen Angaben und aus (b) den Strom  $I$  pro Röhre sowie die Spannung  $U$  zwischen den Elektroden.
- (d) Wie groß ist im gegebenen Fall der spezifische Widerstand des Seewassers?

\* [www.ayuba.fr/pdf/takezawa1995.pdf](http://www.ayuba.fr/pdf/takezawa1995.pdf)

(jap. Original: [https://www.jstage.jst.go.jp/article/jime1966/29/6/29\\_6\\_402/\\_pdf/-char/en](https://www.jstage.jst.go.jp/article/jime1966/29/6/29_6_402/_pdf/-char/en))

## Aufgabe 2: Vektorpotentiale und der Hall-Effekt

5 Punkte

Wenn ein (stationärer) Strom durch einen Leiter fließt, der sich in einem (stationären) Magnetfeld befindet, dann entsteht orthogonal zu diesen ein (stationäres) elektrisches Feld: Dies wird als Hall-Effekt bezeichnet, den Hall-Sonden zur Magnetfeldmessung ausnutzen. Ferner lassen sich Ladungsträgerdichten über die Messung der Hall-Konstante bestimmen.

Im Folgenden stellen Sie grundlegende Überlegungen zur Entstehung des Hall-Effektes an und untersuchen mit seiner Hilfe Natrium.

- (a) Leiten Sie die folgende Beziehung her:

$$\vec{E} = -\frac{1}{nq} (\vec{j} \times \vec{B}). \quad (1)$$

( $\vec{j}$ : Stromdichte,  $q$ : Ladung der einzelnen Ladungsträger,  $n$ : Ladungsträgerdichte)

- (b) Berechnen Sie  $n$  für Natrium, wobei die folgenden Daten gegeben sind:

$$|\vec{E}| = 2.5 \cdot 10^{-3} \frac{\text{V}}{\text{m}}, |\vec{B}| = 1 \text{ T}, |\vec{j}| = 10^7 \frac{\text{A}}{\text{m}^2}, q = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \quad (\vec{E} \perp \vec{B} \perp \vec{j})$$

Vergleichen Sie ihr Ergebnis mit der Anzahl der Na-Atome pro Volumen. Was können Sie daraus schlussfolgern?

Sie werden in Physik 3 und 4 genauer darauf eingehen, dass sich durch die sogenannte minimale Kopplung, bei der die Ersetzung  $\vec{p} \rightarrow \vec{p} - q\vec{A}$  erfolgt, die Wechselwirkung von Teilchen mit elektromagnetischen Feldern (und damit auch der Hall-Effekt) behandeln lässt.

Im Folgenden untersuchen Sie knapp verschiedene Eichungen und deren Vorzüge.

Für  $\vec{B} = B\vec{e}_z$  lassen sich unter anderem folgende Vektorpotentiale verwenden:

$$\text{Landau-Eichung: } \vec{A} = B \begin{pmatrix} 0 \\ x \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{Symmetrische Eichung: } \vec{A} = \frac{B}{2} \begin{pmatrix} -y \\ x \\ 0 \end{pmatrix}$$

- (c) Welchen Vor- und welchen Nachteil besitzen diese Vektorpotentiale jeweils?  
Hinweis: Denken Sie an die Symmetrien, welche die Vektorpotentiale erfüllen.
- (d) Wie sieht ein Vektorpotential aus, welches die Coulomb-Eichung erfüllt? Wie eines, das die sogenannte Lorenz-Eichung erfüllt? Nennen Sie jeweils ein Beispiel für das hier gegebene  $\vec{B}$ -Feld.

### Aufgabe 3: Wienfilter

5 Punkte

Das sogenannte Wienfilter (nach Wilhelm Wien) ist eine Kombination von einem Magnetfeld und einem elektrischen Feld, bei dem sich die Kräfte beider Felder auf geladene Teilchen für eine bestimmte Geschwindigkeit gerade aufheben, sodass nur Teilchen in einem engen Geschwindigkeitsintervall eine Blende in Geradeausrichtung passieren.

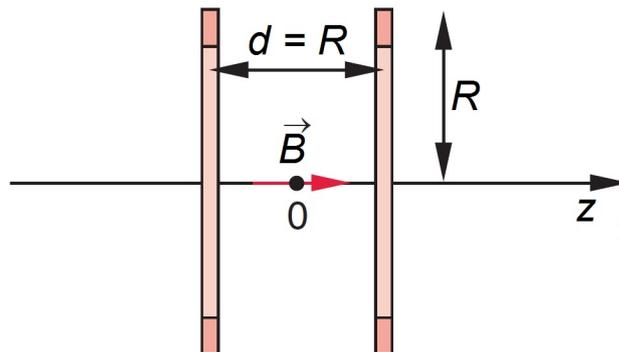
- Wie müssen elektrisches Feld, Magnetfeld und Teilchengeschwindigkeit zueinander orientiert sein, damit sich die Kräfte für eine bestimmte Geschwindigkeit aufheben? Fertigen Sie eine Skizze an.
- Angenommen, ein sehr dünner Teilchenstrahl tritt in das Wienfilter ein und trifft nach der Strecke  $L$  auf eine Schlitzblende, deren Breite in Richtung des elektrischen Felds  $\Delta b$  beträgt. Wie breit ist die Geschwindigkeitsverteilung  $\Delta v$  der Teilchen, die die Blende passieren? Verwenden Sie eine Näherung für kleine Abweichungen von der Geradeausrichtung ( $\Delta b \ll L$ ).

### Aufgabe 4: Helmholtz-Spulenpaar

5 Punkte

Als Helmholtz-Spule wird eine parallele Anordnung von zwei kurzen Spulen bezeichnet, bei welcher der Spulenabstand dem Radius  $R$  der beiden Spulen entspricht. Dieser experimentelle Aufbau ist relativ einfach zu realisieren und bietet gewisse Vorteile, die Sie in der folgenden Aufgabe herleiten sollen.

Für eine analytische Diskussion des Magnetfeldes ist eine Taylorentwicklung hilfreich: Hierbei ist es grundsätzlich wichtig, sich den Gültigkeitsbereich der Näherung klar zu machen.



Ein Helmholtz-Spulenpaar besteht aus zwei parallelen Ringspulen mit Radius  $R$  im Abstand  $d = R$ , die in gleicher Richtung von einem Strom durchflossen werden.

- Berechnen Sie die Magnetfeldstärke  $\vec{B}(z) = B(z)\vec{e}_z$ . Entwickeln Sie hierzu  $B(z)$  nach Potenzen von  $z$  bis zur 4. Ordnung unter Benutzung folgender Entwicklung

$$(1 + x)^{-3/2} = 1 - \frac{3}{2}x + \frac{15}{8}x^2 - \frac{35}{16}x^3 + \frac{315}{128}x^4 + \mathcal{O}(x^5). \quad (2)$$

*Hinweis:* Die  $z$ -Achse geht durch die Mittelpunkte beider Spulen und der Nullpunkt liegt aus Symmetriegründen in der Mitte zwischen den Spulen, wie in der Skizze dargestellt.

- Skizzieren Sie den gesamten Feldverlauf und diskutieren Sie den experimentalphysikalischen Nutzen dieser Anordnung.