

Ausgabe: 15.05.2018
Abgabe: 22.05.2018, 12 Uhr

Prof. Dr. Shaukat Khan
Prof. Dr. Götz S. Uhrig

Aufgabe 0: Verständnisfragen

0 Punkte

- 1) Überlegen Sie, welche Werte für Spannung, Strom und Betriebsdauer bei einem Mobiltelefon typisch sein könnten. Welche Energiedichte in Wh/kg sollte der Akku eines solchen Telefons haben?
- 2) Eisen wird von einem Magneten bekanntlich „angezogen“. Ist diese Aussage allgemein gültig? Was passiert, wenn sich ein Stück Eisen genau zwischen einem Nordpol und einem gleich starken Südpol befindet?
- 3) Über welche fundamentale Gleichung hängen Ladungsverteilung $\rho(\vec{r}, t)$ und Stromdichte $\vec{j}(\vec{r}, t)$ zusammen? Geben Sie die Gleichung explizit an und erklären Sie anschaulich ihre Bedeutung.
- 4) Was folgt für die Stromdichte $\vec{j}(\vec{r}, t)$ bei einer stationären, d.h. zeitlich nicht veränderlichen, Ladungsverteilung?

Aufgabe 1: Vektorpotentiale

5 Punkte

Vektorpotentiale sind zentrale physikalische Größen in der Elektrodynamik. In dieser Aufgabe beschäftigen Sie sich mit der Eindeutigkeit von Vektorpotentialen und Möglichkeiten zur sogenannten Eichung. In der Elektrodynamik sind Vektorpotentiale eigentlich nur mathematische Hilfskonstrukte. Tatsächlich zeigt sich aber in der Quantenmechanik, dass sie durchaus Realität besitzen.

- (a) Berechnen Sie zu den Vektorpotentialen

$$\vec{A}_1 = (0, 5x, 0)^T \quad \vec{A}_2 = \left(-\frac{5}{2}y, \frac{5}{2}x, 0\right)^T \quad \vec{A}_3 = (z + y, z + 6x, y + x)^T \quad (1)$$

die jeweils zugehörigen Magnetfelder \vec{B}_i mittels $\vec{\nabla} \times \vec{A} = \vec{B}$.

- (b) Gegeben ist ein allgemeines homogenes Vektorfeld der Form $\vec{B} = B\vec{e}_z$. Bestimmen Sie \vec{A} so, dass es ein Vektorpotential zu \vec{B} darstellt. Verwenden Sie dazu einen Ansatz, bei dem alle Komponenten linear in den Koordinaten sind. Gibt es nur eine mögliche Lösung für \vec{A} ?
- (c) Zeigen Sie, dass für ein beliebiges Vektorpotential \vec{A} eines Magnetfeldes \vec{B} das Ergebnis der Transformation $\vec{A} \rightarrow \vec{A}' = \vec{A} + \vec{\nabla}\phi$ (für eine allgemeine skalarwertige Funktion ϕ) ebenfalls ein Vektorpotential zu \vec{B} darstellt.

Aufgabe 2: Quadratische Leiterschleife

5 Punkte

In der Vorlesung wurde das Fernfeld einer ringförmigen Leiterschleife besprochen. Mittels Biot-Savart-Gesetz wiederholen Sie in dieser Aufgabe die Rechnung für eine Leiterschleife quadratischer Form. Die räumliche Abhängigkeit des Fernfeldes sollte Ihnen dabei aus einem anderen Zusammenhang vertraut vorkommen.

Eine quadratische Leiterschleife mit der Kantenlänge $2a$ liegt plan in der xy -Ebene und wird von einem Strom der Stärke I durchflossen. Der Mittelpunkt der Quadratdiagonalen fällt mit dem Koordinatenursprung zusammen.

- (a) Berechnen Sie das magnetische Fernfeld dieser Leiterschleife für beliebige Punkte im Raum. Nutzen Sie dazu aus, dass $|\vec{r}| \gg a$ gilt und nähern Sie analog zur Vorlesung.
- (b) Vergleichen Sie die funktionale Abhängigkeit Ihres Ergebnisses mit dem \vec{B} -Feld eines magnetischen Dipols. Überlegen Sie sich dazu, wie der Ausdruck für das magnetische Dipolmoment \vec{m} im vorliegenden Fall explizit lautet.
- (c) Wie verallgemeinert sich also das magnetische Dipolmoment für eine beliebige planare Schleife?

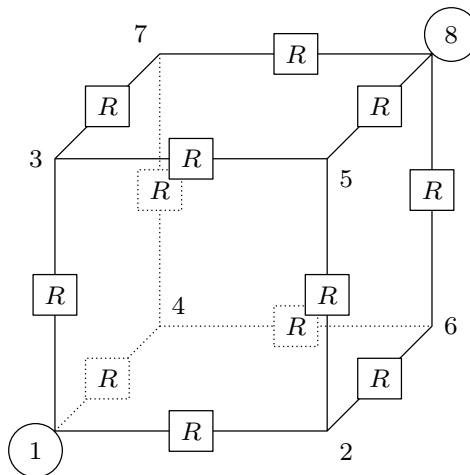
Aufgabe 3: Netzwerke

5 Punkte

Der südamerikanische Zitteraal (*Electrophorus electricus*) setzt Stromstöße ein, um Beutetiere zu lähmen und um sich und sein Revier zu verteidigen. Er verfügt über ein Netzwerk von Spannungsquellen, von denen ca. 5000 zu je $0,15\text{ V}$ mit einem Innenwiderstand von $0,25\ \Omega$ in Reihe geschaltet sind. Etwa 140 solcher Reihen sind parallel geschaltet und entlang des Körpers des Tiers angeordnet.

- (a) Wie groß ist die Spannung und der Innenwiderstand zwischen den Enden des Zitteraals?
- (b) Wie groß ist der elektrische Strom durch das Wasser in der Umgebung des Zitteraals unter der Annahme eines elektrischen Widerstands von $800\ \Omega$?

Als weiteres Netzwerk sei ein Würfel betrachtet, dessen 12 Kanten aus Widerständen zu je $1000\ \Omega$ bestehen.



- (c) Wie groß ist der elektrische Strom, wenn man eine Spannung von 12 V an gegenüberliegende Ecken anschließt?
- (d) Freiwillige Zusatzaufgabe: Wiederholen Sie (c) für die 30 Kanten eines Dodekaeders.

Aufgabe 4: Toroidalspule

5 Punkte

Um einen Ringkern von der Form eines Torus mit einem mittleren Radius von $r = 5\text{ cm}$ einer kreisförmigen Querschnittsfläche (Radius $R = 0,5\text{ cm}$), sowie den magnetischen Eigenschaften von Luft werden 50 m isolierter Draht zu einer ringförmigen Spule gewickelt.

- (a) Wie groß ist die magnetische Induktion B bei Radien kleiner als $r - R$, zwischen $r - R$ und $r + R$, sowie bei Radien größer als $r + R$, wenn der Strom durch die Spule 1 A beträgt?
- (b) Wie ändert sich die magnetische Induktion im Innern der Spule, wenn (i) der mittlere Radius des Torus verdoppelt wird, oder (ii) der Radius des Querschnitts verdoppelt wird?