

Ausgabe: 10.04.2018  
Abgabe: 17.04.2018, 12 Uhr

Prof. Dr. Shaukat Khan  
Prof. Dr. Götz Uhrig

**Aufgabe 0: Verständnisfragen**

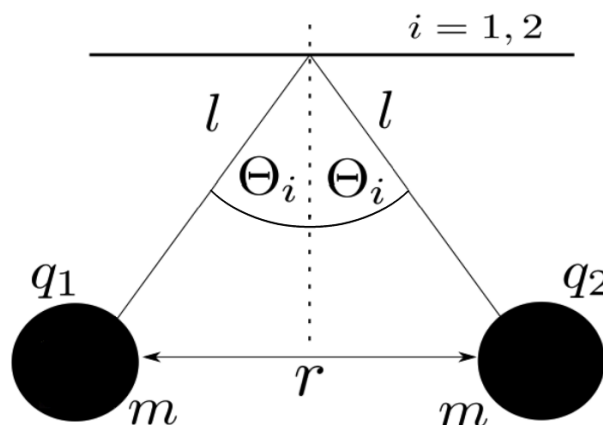
**0 Punkte**

- 1) Ihr guter Freund Bernd, der chronisch allergisch auf Formeln reagiert, fragt Sie nach der Bedeutung des Coulombschen Gesetzes. Wie können Sie ihm die wesentlichen Aussagen erklären, ohne ihm die Formel zu zeigen?
- 2) Was müssen Sie beim Malen von Feldlinien beachten? Wenn Sie nur ein Bild der Feldlinien haben, was können Sie dann daraus über das entsprechende Feld lernen - und was nicht? Welche andere Darstellung eines Feldes kann noch sinnvoll sein?
- 3) Warum enden elektrische Feldlinien in der Elektrostatik auf metallischen Oberflächen stets senkrecht?
- 4) Können Sie mithilfe einer elektrisch geladenen Kugel eine Kraft auf eine zweite ungeladene Kugel ausüben, ohne diese zu berühren? Begründen Sie Ihre Antwort.

**Aufgabe 1: Geladene Kugeln im Gleichgewicht**

**5 Punkte**

Die Coulombkraft beschreibt die elektrostatische Kraft zwischen zwei geladenen Punktladungen und stellt damit die Basis der Elektrostatik dar. Aufgrund des Abstandsverhaltens  $F_{Co}(\vec{r}) \propto r^{-2}$  erzeugen Kugelladungen nach außen dieselbe Kraft wie Punktladungen. Im Folgenden wiederholen Sie trigonometrische Grundlagen und verwenden die Coulombkraft zwischen zwei geladenen Kugeln.



Zwei kleine Kugeln der Masse  $m$  seien an einem Punkt durch zwei Fäden der Länge  $l$  befestigt (siehe Bild). Die beiden Kugeln tragen die gleichnamigen Ladungen  $q_1$  und  $q_2$ , wodurch beide Fäden um den Winkel  $\theta_1$  aus der Vertikalen ausgelenkt werden. Dabei wirkt zwischen den Kugeln die Coulombkraft

$$F_{Co} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2}. \quad (1)$$

Nun zwingt man beide Kugeln zum Kontakt und es kommt zu einem Ladungsausgleich. Danach sind beide Kugeln um den Winkel  $\theta_2$  ausgelenkt.

Wie groß waren  $q_1$  und  $q_2$  vor dem Ausgleich (als Funktion der Winkel  $\theta_1$  und  $\theta_2$ )?

## Aufgabe 2: Der Gaußsche Integralsatz

5 Punkte

Diverse physikalische und mathematische Sätze sind nach Carl Friedrich Gauß benannt. Der Gaußsche Integralsatz setzt die Divergenz innerhalb eines Gebiets mit dem Fluss durch dessen Oberfläche gleich. Er bildet die erste Maxwell-Gleichung und ist damit wesentlich für die Elektrostatik. Im Folgenden üben Sie die Verwendung des Gaußschen Integralsatzes, indem Sie damit das Volumen einer Kugel durch ein Flächenintegral ausdrücken und bestimmen.

$$\int_V \vec{\nabla} \cdot \vec{F}(\vec{r}) dV = \int_A \vec{F}(\vec{r}) d\vec{A} \quad (2)$$

Dies ist der Satz von Gauß mit  $d\vec{A} = \vec{n}dA$  mit dem Normalenvektor  $\vec{n}$  des Flächenelements  $dA$ .

- Um auf der linken Seite das Volumenintegral  $\int_V dV$  zu erhalten, können Sie ein beliebiges Vektorfeld  $\vec{F}(\vec{r})$  mit der Eigenschaft  $\vec{\nabla} \cdot \vec{F}(\vec{r}) = 1$  einsetzen. Welche Eigenschaft sollte  $\vec{F}(\vec{r})$  noch erfüllen, damit die Berechnung der rechten Seite möglichst einfach wird?
- Zeigen Sie, dass  $\vec{F}(\vec{r}) = \alpha r^\beta \vec{e}_r$  eine gute Wahl für die Bedingung aus (a) ist, indem Sie die Divergenz explizit berechnen. Bestimmen Sie die Parameter  $\alpha$  und  $\beta$ .
- Wenden Sie nun den Satz von Gauß an, um das Volumen einer Kugel mit Radius  $R$  über ein Flächenintegral auszudrücken und dieses zu berechnen.

## Aufgabe 3: Durchschlagsfeldstärke von Luft

5 Punkte

Bei der Durchschlagsfeldstärke von ca.  $3 \cdot 10^6$  V/m werden freie Elektronen in der Luft so stark beschleunigt, dass sie umgebende Moleküle ionisieren. Die Luft wird dadurch leitfähig.

- Wie viel Ladung kann auf einer Kugel mit einem Durchmesser von 20 cm maximal gesammelt werden, bevor an ihrer Oberfläche die Durchschlagsfeldstärke erreicht wird?
- Stellen Sie sich einen Gewitterblitz als gerade, beliebig dünne Linie mit konstanter linearer Ladungsdichte (Ladung pro Länge) vor. In welchem Radius würde er die Luft ionisieren, wenn seine Ladungsdichte  $\lambda = 10^{-3}$  C/m betragen würde?

Anmerkung: Das Entstehen eines Gewitterblitzes ist nicht restlos geklärt. Die gemessenen Feldstärken liegen in der Größenordnung von nur 100.000 V/m. Man nimmt an, dass es eine Serie von Vorentladungen gibt, die die Leitfähigkeit der Luft erhöhen, bevor der sichtbare Blitz entsteht (vgl. zB. Spektrum der Wissenschaft, Nov 2005, S. 38).

## Aufgabe 4: Kernfusion in der Sonne

5 Punkte

In der Sonne und anderen Sternen wird durch eine Kette von Kernreaktionen Wasserstoff in Helium umgewandelt, wobei Energie frei wird. Der erste Schritt ist die Fusion zweier Protonen (Masse  $m = 1,67 \cdot 10^{-27}$  kg, Ladung  $+e$ , Radius  $r = 1,2 \cdot 10^{-15}$  m), wobei ein Deuterium-Kern (positives Ion des Wasserstoffisotops der Massenzahl 2), ein Positron und ein sog. Elektron-Neutrino entstehen. Damit es dazu kommt, müssen sich die Protonen quasi berühren.

- Welche Geschwindigkeit müssen zwei Protonen haben, um die abstoßende Coulomb-Kraft zu überwinden? Nehmen Sie an, dass sich alle Protonen gleich schnell bewegen.
- Wie groß sollte die absolute Temperatur  $T$  sein, wenn man für die mittlere kinetische Energie  $E = 3/2 k_B T$  ansetzt, wobei  $k_B = 1,38 \cdot 10^{-23}$  J/K die Boltzmann-Konstante ist?
- Vergleichen Sie Ihr Ergebnis mit der tatsächlichen Temperatur (nach heutigem Kenntnisstand) im Zentrum der Sonne von 16 Millionen Kelvin. Was schließen Sie daraus?

Anmerkung: Die Proton-Proton-Reaktion ist nur ein Teil des Wasserstoffbrennens in der Sonne. Eine weitere Reaktionskette, bei der Helium aus Wasserstoff entsteht, ist der sog. Bethe-Weizsäcker-Zyklus, bei dem Kohlenstoff als Katalysator wirkt.