

3.4 Magnetische Kräfte auf Leiter und geladene Teilchen

Lorentzkraft (magnetischer Anteil): $\vec{F} = q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$

Kraft zwischen zwei parallelen stromdurchflossenen Drähten

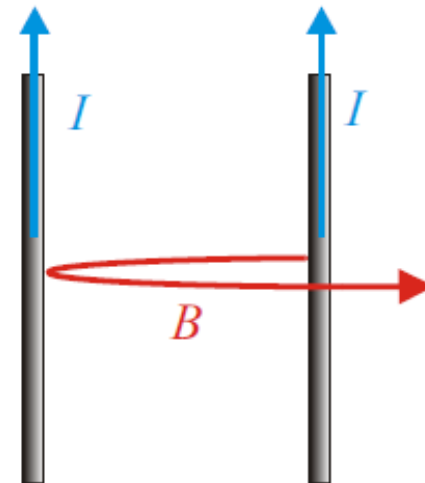
Strom in jedem Draht I , Abstand zwischen den Drähten R :

$$F = I \cdot L \cdot B \quad \text{mit} \quad B = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi \cdot R} \quad \rightarrow \quad \frac{F}{L} = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I^2}{R} = 2 \cdot 10^{-7} \frac{\text{N}}{\text{A}^2} \cdot \frac{I^2}{R}$$

Annahme: Strom beider Drähte in dieselbe Richtung, z.B. nach oben.
 Feld von Draht 2 zeigt am Ort von Draht 1 aus der Bildebene heraus
 (rechter Daumen in Stromrichtung, Finger zeigen Richtung des B -Felds).
 Kraft auf Draht 1 zeigt nach rechts (rechter Daumen folgt dl , Zeigefinger
 in Feldrichtung, Mittelfinger zeigt die Richtung der Kraft).

Ergebnis: Gleichsinnig stromdurchflossene Drähte ziehen sich an,
 gegensinnig durchflossene Drähte stoßen sich ab.

Zum Betrag der Kraft zwischen den beiden Leitern vgl.
 die Definition der Einheit Ampere.



Kraft auf ein geladenes Teilchen mit Ladung q in einem homogenen B -Feld

Bewegung senkrecht zum Magnetfeld, z.B. in einem Teilchenbeschleuniger oder Speicherring.

Bedingung: Zentripetalkraft = Lorentzkraft

$$\frac{m \cdot v^2}{R} \vec{e}_R = q \cdot (\vec{v} \times \vec{B}) \quad \vec{v} \perp \vec{B}$$

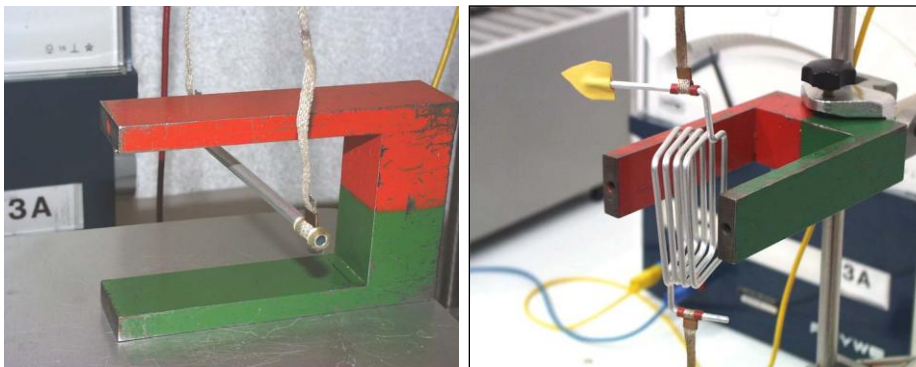
$$\frac{m \cdot v^2}{R} = \frac{m_0 \cdot \gamma \cdot v^2}{R} = q \cdot v \cdot B \quad \rightarrow \quad R = \frac{m_0 \cdot \gamma \cdot v}{q \cdot B} = \frac{p}{q \cdot B}$$

Umlaufzeit und Kreisfrequenz (sog. "Zyklotronfrequenz")

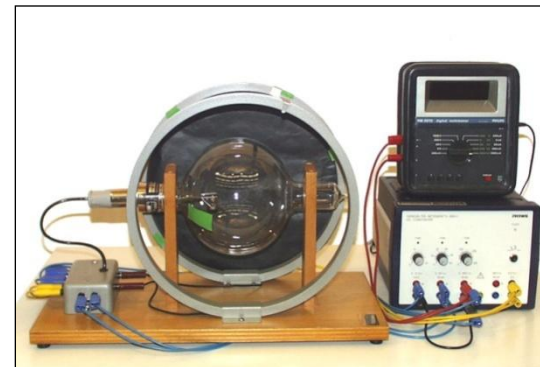
$$T = \frac{2\pi \cdot R}{v} = \frac{2\pi \cdot m_0 \cdot \gamma}{q \cdot B} \quad \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{q \cdot B}{m_0 \cdot \gamma}$$

Experimente

Eine Leiterschaukel wird im Magnetfeld ausgelenkt (links), eine Spule richtet sich im Magnetfeld aus (rechts)



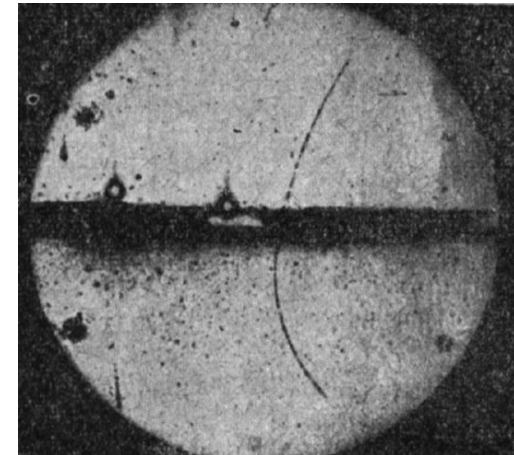
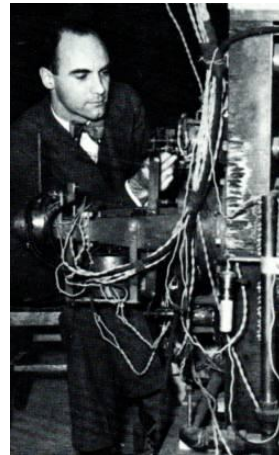
Fadenstrahlrohr: Elektronenstrahl in einem homogenen Magnetfeld, das durch ein Helmholtz-Spulenpaar erzeugt wird.



Kraft auf ein geladenes Teilchen in einem homogenen B -Feld (Fortsetzung)



Hier ist das Fadenstrahlrohr gekippt, so dass v und B nicht senkrecht aufeinander stehen. Die Elektronenbahn ist eine Kombination von Kreis- und Linearbewegung – eine Spirale.



Entdeckung des Positrons in der kosmischen Strahlung (Carl Anderson 1932). Die Teilchenspur in einer Nebelkammer krümmt sich im B -Feld stärker nach dem Durchgang durch die Bleiplatte. Die Flugrichtung ist also von oben nach unten und das Teilchen muss positiv sein. Aus dem Bahnradius und der Reichweite kann man ausschließen, dass es sich um ein Proton handelt.

Teilchenbeschleuniger

Geladene Teilchen werden mit E -Feldern beschleunigt, aber i.d.R. mit B -Feldern geführt und fokussiert. Warum? Betrachte die Lorentzkraft für ein Teilchen mit nahezu Lichtgeschwindigkeit:

$$\vec{F} = e \cdot \left\{ \vec{E} + (\vec{v} \times \vec{B}) \right\} \quad \text{mit} \quad \vec{v} \perp \vec{B} \quad \text{und} \quad |\vec{v}| \approx c$$

$$F_B \approx e \cdot c \cdot B$$

$$F_E = e \cdot E$$

$$E \approx c \cdot B = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 1 \frac{\text{Vs}}{\text{m}^2} = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

Um dieselbe Kraft wie mit einem B -Feld von typisch 1 T zu bewirken, benötigt man ein E -Feld von ca. 300 MV/m, das technisch kaum machbar ist. Bei kleinerer Teilchengeschwindigkeit (z.B. in einem Elektronenmikroskop oder einem Oszillografen) werden auch elektrostatische Linsen und Ablenkplatten verwendet (Vorteil: keine magnetische "Hysterese" - siehe später).

Kreisbeschleuniger

a) Betatron

- Beschleuniger für Elektronen, Beschleunigung durch Induktion (wird im nächsten Kapitel behandelt)

b) Zyklotron

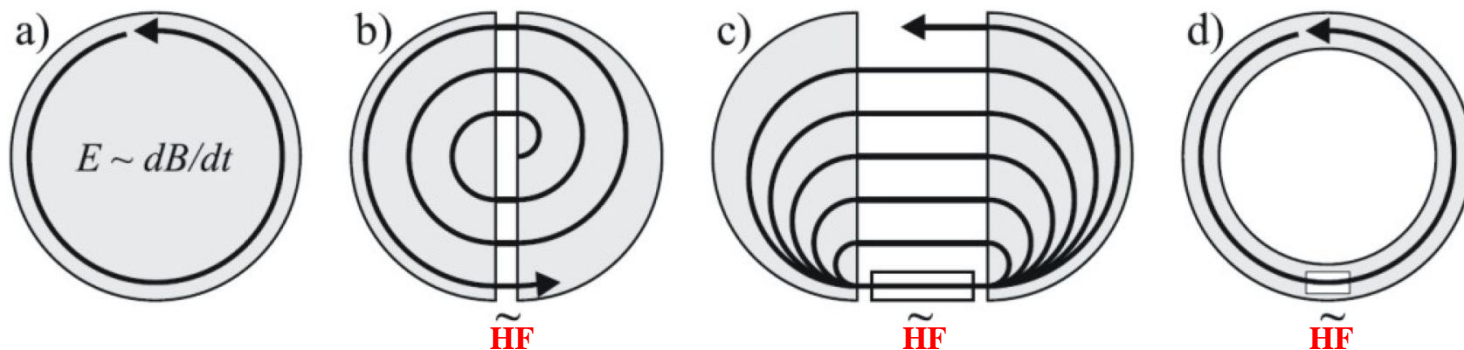
- Magnetfeld ist konstant, Bahnradius nimmt mit der Teilchenenergie zu
 - Umlaufzeit ist gleich der Periodendauer des beschleunigenden elektrischen Hochfrequenz-Wechselfelds (**HF**)
 - wenn der Lorentzfaktor signifikant von 1 abweicht, kann diese Bedingung nur schwer erfüllt werden. Auswege:
 (i) Synchrozyklotron: Hf-Frequenz wird an die veränderte Umlauffrequenz angepasst (gepulster Betrieb)
 (ii) Isochronzyklotron: B -Feld steigt mit γ , also mit zunehmendem Radius, was zusätzliche Fokussierung erfordert.
 Das Zyklotron ist eine Maschine für schwere Teilchen bei nicht allzu hoher Energie.

c) Mikrotron

- Magnetfeld ist konstant, Bahnradius nimmt mit der Teilchenenergie zu
 - Umlaufzeit ist gleich einem ganzzahligen Vielfachen der Periodendauer des elektrischen HF-Wechselfelds
 - diese Bedingung erfordert Geschwindigkeiten nahe der Lichtgeschwindigkeit
 Das Mikrotron ist ein Beschleuniger für relativistische Elektronen.

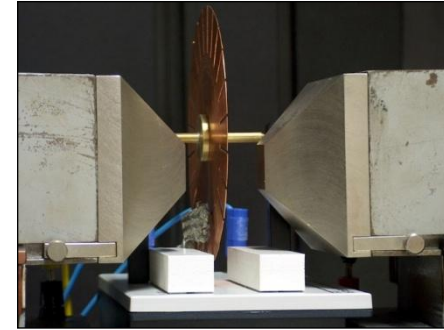
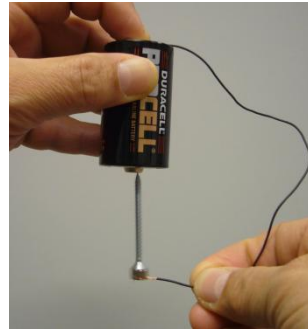
d) Synchrotron

- Magnetfeld steigt mit der Teilchenenergie, Bahnradius bleibt konstant
 - Umlaufzeit ist gleich einem ganzzahligen Vielfachen der Periodendauer des elektrischen HF-Wechselfelds.
 Das Synchrotron ist ein Beschleuniger für leichte und schwere Teilchen mit hohen Geschwindigkeiten.
 Es eignet sich für sehr große Maschinen, weil das Magnetfeld nur entlang des Umfangs und nicht über die gesamte Fläche benötigt wird. Nachteilig ist, dass nur ein gepulster Betrieb möglich ist.



Experiment

Barlowsches Rad (Peter Barlow 1822) als unipolarer Motor (ohne sog. Kommutator). Eine Variante ist der in der Vorlesung gezeigte Motor, der nur aus einer Batterie, einer Schraube, einer Permanentmagneten (metallisch überzogen) und einem Stück Draht besteht.



Die Umkehrung, also die Erzeugung einer Spannung durch Drehen einer leitfähigen Scheibe, ist als Lorentz-Karussell bekannt.

Der Hall-Effekt

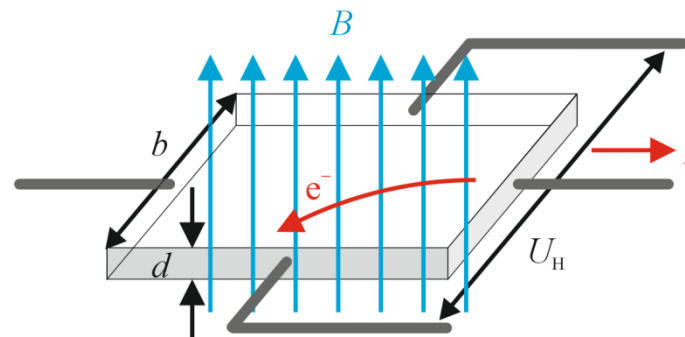
Die Kräfte auf bewegte Ladungen in einem Leiter bewirken nicht nur eine Kraft auf den Leiter als Ganzes, sondern auch eine Ladungstrennung quer zur Stromrichtung. Durch eine Metallplatte der Breite b und Dicke d fließt ein Strom I , senkrecht dazu besteht ein Magnetfeld B . Die Zahl der beweglichen Elektronen pro Volumen sei n . Mit der Lorentzkraft lässt sich die Hall-Spannung berechnen:

$$F = q \cdot E_H = q \cdot v \cdot B \quad (v \perp B) \quad j = n \cdot e \cdot v \quad (\text{Stromdichte})$$

$$U_H = b \cdot E_H = b \cdot v \cdot B = \frac{b \cdot j}{n \cdot e} \cdot B$$

$$U_H = \frac{I}{n \cdot e \cdot d} \cdot B \quad \text{mit} \quad I = j \cdot b \cdot d$$

Wichtige Anwendung:
Messung von Magnetfeldstärken
(Hall-Sonde)



Edwin Hall
1855-1938