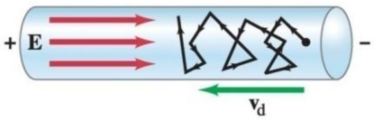


Driftgeschwindigkeit der Elektronen in einem Draht

Elektronen bewegen sich unter dem Einfluss eines elektrischen Felds durch ein Metall, wobei sie oft Stöße mit Atomen erleiden. Wie groß ist die resultierende Driftgeschwindigkeit, wenn durch einem Draht mit Querschnitt 1 mm^2 ein Strom von 1 A fließt?
Annahme: 1 freies Elektron/Atom $\rightarrow$ ungefähr $n = 10^{29}$ Elektronen/m^3

$$I = 1\ \frac{\mathrm{C}}{\mathrm{s}} = \frac{\Delta Q}{\Delta L} \cdot v_\mathrm{d} = \frac{n \cdot A \cdot \Delta L \cdot e}{\Delta L} \cdot v_\mathrm{d}$$

$$\rightarrow \qquad v_\mathrm{d} = \frac{I}{n \cdot A \cdot e} = \frac{1\ \mathrm{C\ m^3}}{10^{29}\ \mathrm{s}\ 10^{-6}\ \mathrm{m^2}\ 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{C}} = 0{,}6\ \mathrm{mm/s}$$

Die Driftgeschwindigkeit v_d ist erstaunlich gering. Anmerkung: Die ungeordnete thermische Geschwindigkeit der Elektronen ist viel höher ~10^6 m/s.

Wiedemann-Franz-Gesetz

Die spezifische elektrische Leitfähigkeit von Metallen ist für eine gegebene Temperatur proportional zur Wärmeleitfähigkeit λ_W:

$$\lambda_W = \sigma_{el} \cdot a \cdot T \qquad \text{mit} \qquad a \approx 3\left(\frac{k_\mathrm{B}}{e}\right) \qquad k_\mathrm{B} = 1{,}38 \cdot 10^{-23}\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{K}} \quad \text{(Boltzmann-Konstante)}$$

(ohne Herleitung). Die beweglichen Ladungen (ca. 1 Elektron/Atom) bewirken in Metallen also nicht nur die elektrische Leitfähigkeit, sondern tragen auch zur Wärmeleitung bei.

2. 3 Elektrische Energie und Leistung

Arbeit

$$dW = (\phi_1 - \phi_2) \cdot dQ = U \cdot dQ = U \cdot I \cdot dt \qquad [W] = 1\ \mathrm{V \cdot A \cdot s} = 1\ \mathrm{J} = 1\ \mathrm{W\ s}\ \ (\text{bzw. kW h})$$

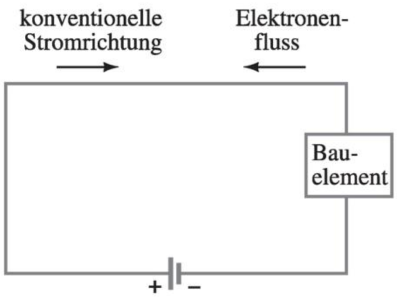
Leistung

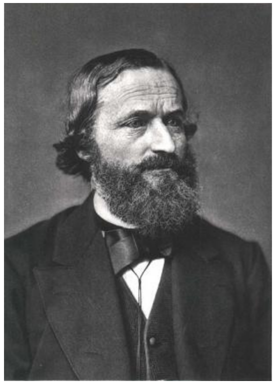
$$P = \frac{dW}{dt} = U \cdot \frac{dQ}{dt} = U \cdot I \qquad [P] = 1\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{s}} = 1\ \mathrm{V \cdot A} = 1\ \mathrm{W}$$

Mit dem Ohmschen Gesetz $P = U \cdot I = \frac{U^2}{R} = R \cdot I^2$

Die elektrische Energie, die sich durch einen elektrischen Widerstand ausdrücken lässt, wird in Wärme umgewandelt und muss abgeführt werden (z.B. durch Wärmeleitung; Konvektion, oft unterstützt durch Lüfter; Wasserkühlung), kann aber z.B. auch zum Heizen verwendet werden.

2. 4 Kirchhoffsche Regeln, Netzwerke





Gustav Kirchhoff
(1824-1887)

Ladungserhaltung

$$\operatorname{div}\vec{j}(\vec{r},t) = -\frac{\partial\rho(\vec{r},t)}{\partial t}$$ Kontinuitätsgleichung

Stromkreis

beinhaltet einen geschlossenen Kreis mit Strom/Spannungsquelle und mind. einem Verbraucher. Beide haben einen elektrischen Widerstand.

Knotenregel

Ein Knoten ist ein Punkt, an dem mehrere Leiter sich treffen. Die Summe der einlaufenden Ströme ist gleich der Summe der auslaufenden Ströme - **1. Kichhoffsches Gesetz** (folgt aus der Kontinuitätsgleichung).

$$\sum_i I_i = 0$$

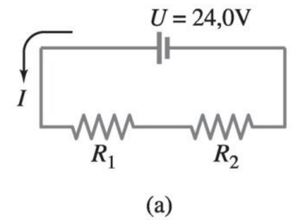
Maschenregel

Eine Masche ist ein geschlossener Stromkreis. Die Summe aller an den Verbrauchern abfallenden Spannungen ist gleich der Generatorspannung (kann wie Verbraucherspannung mit entgegen-gesetztem Vorzeichen in die Summe eingehen) - **2. Kirchhoffsches Gesetz**.

$$\sum_j U_j = 0$$

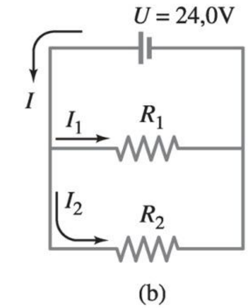
Anmerkung: "abfallende" Spannung = Widerstand des Verbrauchers · Strom (Ohmsches Gesetz)

Reihen- und Parallelschaltung von Widerständen



(a) Reihenschaltung: die Spannungsabfälle addieren sich

$$\sum_j U_j = I \cdot \sum_j R_j = U_0 \quad \rightarrow \quad R_{gesamt} = R_1 + R_2 + \ldots$$



(b) Parallelschaltung: die Ströme addieren sich

für 2 Widerstände

$$\sum_i I_i = U \cdot \sum_i \frac{1}{R_i} = 0 \quad \rightarrow \quad \frac{1}{R_{gesamt}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \ldots \quad \rightarrow \quad R_{gesamt} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

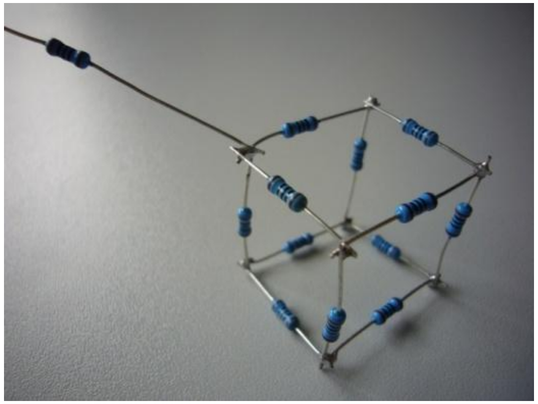
$$G_{gesamt} \equiv \frac{1}{R_{gesamt}} = G_1 + G_2 + \ldots$$ (Summe der Leitwerte)

Spannungsteiler (2 Widerstände in Reihe)

(Spezialfall der Reihenschaltung von Widerständen)
Spannungsabfall am Widerstand R_1:

$$I = \frac{U_1}{R_1} = \frac{U_2}{R_2} = \frac{U_{gesamt}}{R_1 + R_2}$$

$$\rightarrow \quad U_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} U_{gesamt}$$



Der gemessene Einzelwiderstand (links) beträgt ca. 99,8 Ω. Wie groß ist der Widerstand zwischen zwei diagonal gegenüber liegenden Ecken des Würfels?

Aufladen/Entladen von Kondensatoren

Ein Kondensator (Kapazität C) wird über einen Widerstand (R) mit einer Spannungsquelle (U_0) geladen. Zur Zeit t = 0 wird ein Schalter geschlossen. $U(t)$ ist Spannung am Kondensator:

$$U_C(t=0)=0\text{ V}\qquad U_0=U_R(t)+U_C(t)=R\cdot I(t)+\frac{Q(t)}{C}\quad\rightarrow\quad I(t)=\frac{U_0}{R}-\frac{Q(t)}{R\cdot C}$$

$$\frac{dI(t)}{dt}=-\frac{1}{R\cdot C}\frac{dQ(t)}{dt}=-\frac{1}{R\cdot C}I(t)\quad\rightarrow\quad\frac{dI}{I(t)}=-\frac{dt}{R\cdot C}\quad\rightarrow\quad\int_{I(0)}^{I(t)}\frac{d\hat{I}}{\hat{I}}=-\frac{1}{R\cdot C}\int_0^t d\hat{t}$$

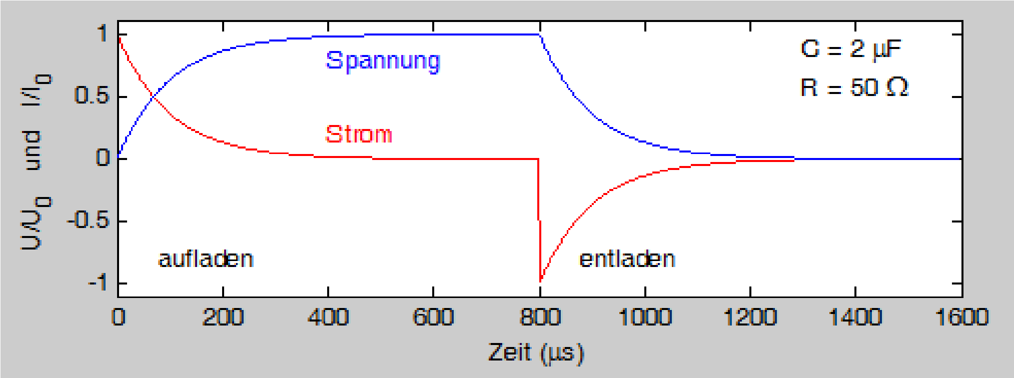
$$\ln\hat{I}\Big|_{I(0)}^{I(t)}=-\frac{1}{R\cdot C}\hat{t}\Big|_0^t$$

$$\ln I(t)-\ln I(0)=\ln\frac{I(t)}{I(0)}=-\frac{1}{R\cdot C}t$$

$$I(t)=I(0)\cdot\exp\left(-\frac{1}{R\cdot C}t\right)$$

$$U_C(t)=U_0-R\cdot I(t)=U_0-\underbrace{R\cdot I(0)}_{U_0}\cdot\exp\left(-\frac{1}{R\cdot C}t\right)=U_0\left(1-\exp\left(-\frac{1}{R\cdot C}t\right)\right)$$

Beispiel:



Der Schalter zur Spannungsquelle wird nun geöffnet und ein zweiter Schalter wird geschlossen, sodass sich der Kondensator über einen Widerstand (hier ebenfalls R genannt) entladen kann:

$$U_C(t=0)=U_0 \qquad 0=U_R(t)+U_C(t)=R\cdot I(t)+\frac{Q(t)}{C} \qquad \rightarrow \qquad I(t)=-\frac{Q(t)}{R\cdot C}$$

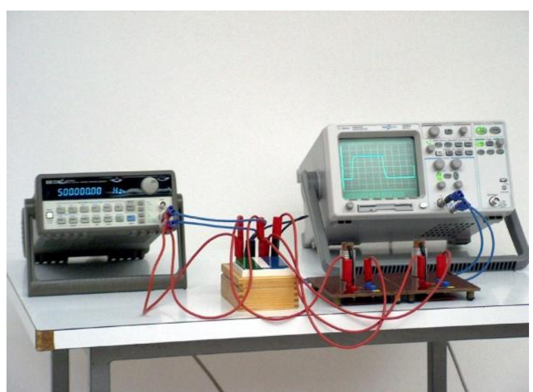
$$\frac{dI(t)}{dt}=-\frac{1}{R\cdot C}I(t) \qquad \ldots \qquad \text{(wie oben)}$$

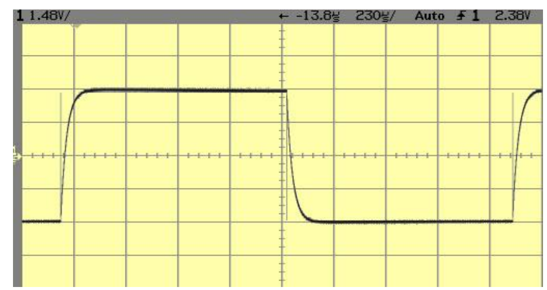
$$I(t)=I(0)\cdot\exp\left(-\frac{1}{R\cdot C}t\right)$$

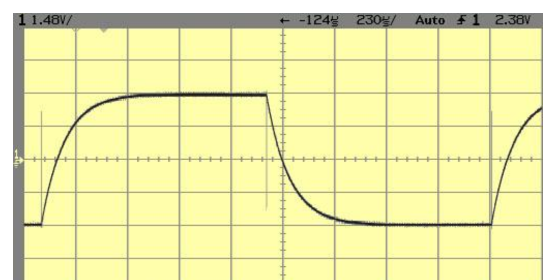
$$U_C(t)=-R\cdot I(t)=-\underbrace{R\cdot I(0)}_{U_0}\cdot\exp\left(-\frac{1}{R\cdot C}t\right)=-U_0\cdot\exp\left(-\frac{1}{R\cdot C}t\right)$$

Experiment

Die Spannung beim Auf- und Entladen eines Kondensators wird mit dem Oszillografen als Funktion der Zeit dargestellt. Je höher die Kapazität C des Kondensators, desto größer ist die Zeitkonstante der Spannungskurve, hier demonstriert durch
- Reihenschaltung ($C = C_0/2$)
- Parallelschaltung ($C = 2\,C_0$)
von zwei Kondensatoren mit der gleichen Kapazität C_0.







2. 5 Messung von Strom und Spannung

Messung von Strömen (Amperemeter)

el. Strom → Wärme → Temperaturerhöhung → Längenausdehnung

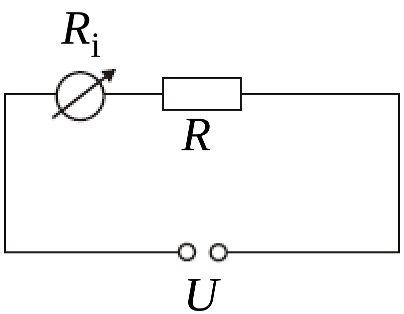
el. Strom → Magnetfeld → Drehmoment auf magn. Dipol

el. Strom → Elektrolyse → Abscheidung einer Stoffmenge

el. Strom → Spannungsabfall am Widerstand → el. Feld

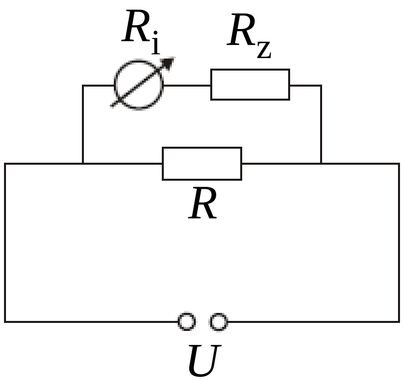
Messung des Stroms durch den Widerstand *R*:
Amperemeter in Reihe geschaltet, Widerstand R_i sollte möglichst klein sein, damit der gemessene Strom wenig vom Strom ohne Messgerät abweicht:

$$I = \frac{U}{R + R_\mathrm{i}} \approx \frac{U}{R}$$



Messung der am Widerstand *R* abfallenden Spannung:
Amperemeter wird mit Zusatzwiderstand parallel geschaltet, der Widerstand $R_\mathrm{z}+R_\mathrm{i}$ sollte möglichst hoch sein, um die Spannung möglichst wenig zu ändern:

$$U = \frac{R\cdot\left(R_i + R_z\right)}{R + R_i + R_z}\cdot I \approx R\cdot I$$



2. 6 Stromquellen

Erzeugung von Strom

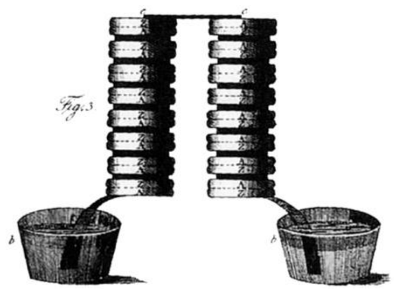
- bei der Trennung von Ladungen (mechanisch, chemisch, durch Induktion ...) wird Arbeit gegen die elektrostatische Anziehung geleisten. Es entsteht eine Potenzialdifferenz (elektrische Spannung).
- verbindet man die Orte getrennter Ladungen mit eine Leiter, fließt ein Strom. Bedingungen für den Stromfluss: Ohmsches Gesetz und Fluss der Stromquelle $\quad I = \frac{U}{R} \qquad I = \frac{dQ}{dt}$

d.h. die Quelle kann die Ladungen nicht unbedingt so schnell liefern, wie das Ohmsche Gesetz bei gegebenem Widerstand R des Leiters verlangt. Die Klemmenspannung ("elektromotorische Kraft") der unbelasteten Quelle sinkt aufgrund des Innenwiderstands, wenn ein Verbraucher mit Widerstand R angeschlossen wird und ein Strom fließt:

$$U = U_0 - R_i \cdot I \quad \text{und} \quad I = \frac{U_0}{R + R_i} \quad \rightarrow \quad U = U_0 \cdot \left(1 - \frac{R_i}{R + R_i}\right) = U_0 \cdot \frac{R + R_i - R_i}{R + R_i}$$

$$U = U_0 \cdot \frac{R}{R + R_i}$$

Fig. 3



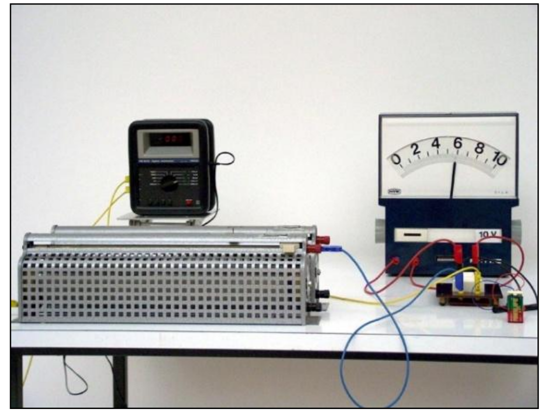
Alessandro Volta führt Napoleon seine Batterie vor (1801)

Messung des Innenwiderstands einer Batterie

Der Strom I_a fließt durch einen Widerstand R_a. Wenn der Strom durch ein parallel geschaltetes (hochohmiges) Spannungsmessgerät vernachlässigt werden kann, gilt für den Innenwiderstand

$$R_i = \frac{U_i}{I_a} = \frac{U_0 - U_a}{I_a}$$

Die Größen U_a und I_a werden für verschiedene Belastungswiderstände R_a gemessen, U_0 ist die Spannung ohne Belastungswiderstand.



Ersatzschaltbild: