

## 5.4 Gleichrichtung

Für die meisten elektrischen und elektronischen Geräte werden nicht Wechsel-, sondern Gleichspannungen benötigt. In der Regel wird die Netzspannung (230 V) erst auf einen niedrigen Wert (z.B. 12 V) transformiert, dann gleichgerichtet und der wellige Verlauf der Gleichspannung schließlich geglättet.

Ein Bauteil, das den elektrischen Strom nur in eine Richtung passieren lässt, heißt Diode. Ausführungen:

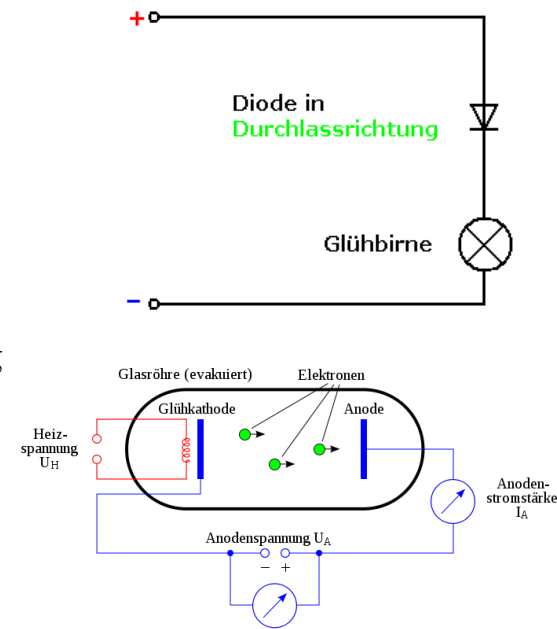
- Röhrendiode
- Halbleiterdiode

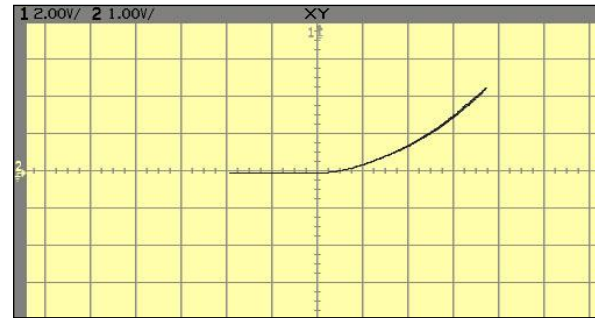
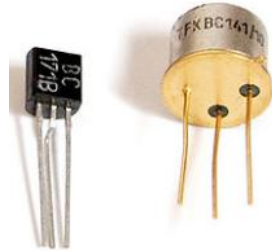
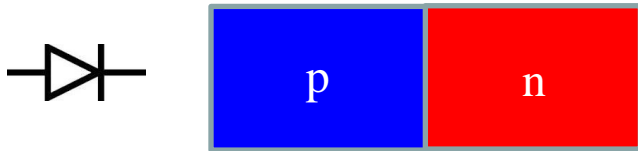
### Röhrendioden

Bei der Röhrendiode werden Elektronen von einer geheizten Kathode emittiert und von einer Anode aufgesammelt. Der umgekehrte Vorgang ist nicht möglich, da die Anode nicht geheizt wird und aus ihr keine Elektronen austreten. Heute werden fast ausschließlich Halbleiterdioden (sowie Photodioden auf Halbleiterbasis) verwendet.

### Halbleiterdioden

bestehen i.d.R. aus Silizium oder Germanium. Das Material wird n-dotiert (Einbringen kleiner Mengen von Atomen mit 5 Elektronen in der äußersten Schale) oder p-dotiert (Einbringen von Atomen mit 3 Elektronen in der äußersten Schale). Dadurch entstehen bewegliche Ladungsträger (Elektronen und "Löcher"). Die Funktion einer Diode basiert auf dem Verhalten der Grenzfläche zwischen entgegengesetzten Dotierungen (p-n-Übergang). In Sperrrichtung zieht das elektrische Feld die Elektronen und Löcher von der Grenzfläche weg, so dass eine Zone ohne Ladungsträger entsteht - hoher Widerstand, geringer "Leckstrom". In Durchlassrichtung unterstützt das elektrische Feld die Diffusion von Elektronen in das p-dotierte Material und der Löcher in das n-dotierte Material - niedriger Widerstand.



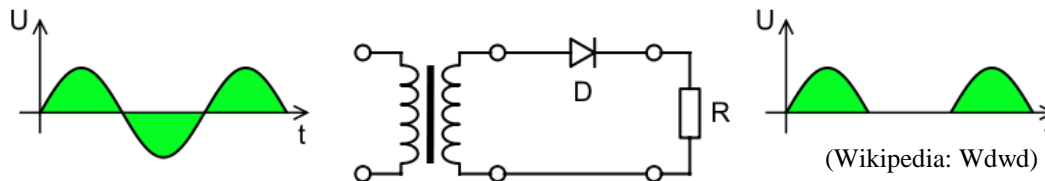


Kennlinie einer Diode (Strom gegen Spannung), links Sperrichtung, rechts Durchlassrichtung mit nicht ganz linearem Anstieg der Kurve  $U(I)$ .

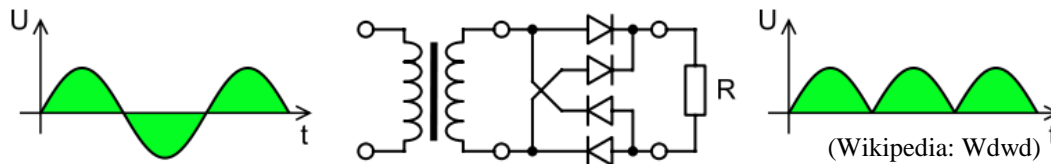
### Gleichrichten

- mechanisches Umpolen z.B. Kommutator bei Motoren
- elektrolytisch (in den Anfängen der Telegrafie)
- Röhren- und Halbleiterdioden

Eine einzelne Diode (Einweggleichrichter) entfernt eine Halbwelle aus der Wechselspannung. Nachteile: nicht effizient, große Restwelligkeit nach dem Glätten.

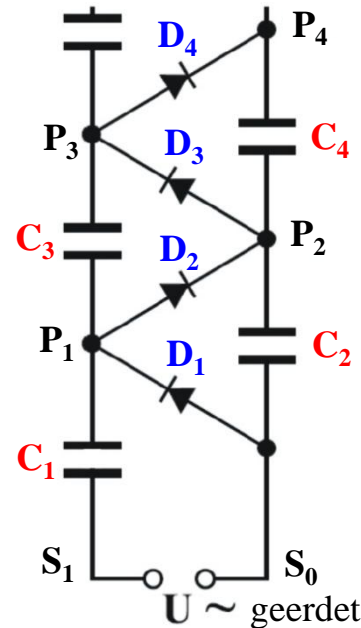


Meist wird die Graetz-Schaltung (Brückengleichrichter) verwendet, die aus vier Dioden besteht und beide Halbwellen durchlässt.



Leo Graetz, 1856-1941

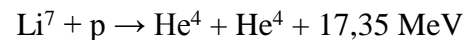
## Greinacher-Schaltung



## Funktionsweise

- 1) Liegt eine negative Halbwelle am Transformator an, wird die untere Seite von Kondensator  $C_1$  auf ein Potential von  $-U_0$  gebracht, während die obere Seite bei einem Potential von 0 V verbleibt.
- 2) Während der anschließenden positiven Halbwelle steigt das Potential an  $S_1$  auf  $+U_0$  an. Da  $D_1$  gesperrt ist und somit kein Ladungsausgleich zwischen den Kondensatorplatten von  $C_1$  möglich ist wird die obere Seite von  $C_1$  auf  $+2U_0$  erhöht.
- 3) Da die Dioden  $D_2$  bis  $D_4$  nun in Durchlassrichtung gepolt sind, wird das Potential von  $P_1$  auch auf die Punkte  $P_2$  bis  $P_4$  übertragen.
- 4) In der anschließenden negativen Halbwelle geht das Potential bei  $P_1$  wieder auf 0 V zurück. Da die Spannungsdifferenz zwischen den Platten von  $C_3$  erhalten bleibt sinkt auch  $P_3$  von  $2U_0$  auf  $U_0$  ab.
- 5) Steigt während der nachfolgenden positiven Halbwelle die Spannung in  $P_1$  wieder um  $2U_0$  an, wird auch  $P_3$  um  $\Delta U=2U_0$  angehoben und befindet sich nun auf einem Potential von  $3U_0$ . Dieses Potential wird durch die Dioden direkt auf  $P_4$  übertragen.
- 6) Der Vorgang wiederholt sich so lange, bis am Punkt  $P_n$  die Spannung  $n \cdot U_0$  anliegt.

Der sog. Cockcroft-Walton-Generator ist ein Gleichspannungsbeschleuniger, der auf der Greinacher-Schaltung basiert. Bild oben: Protonen-Vorbeschleuniger am Paul-Scherrer-Institut in der Schweiz. Bild unten: Erster Beschleuniger weltweit, an dem eine Kernreaktion durchgeführt wurde (1930 am Cavendish-Institut in Cambridge, Nobelpreis 1951):



## Anmerkung zum Transistor

Ein Transistor ist ein Bauelement, mit dem Strom gesteuert, d.h. geschaltet und verstärkt werden kann. Ein bipolarer Transistor besteht aus drei dotierten Bereichen (pnp oder npn). Beim Feldeffekt-Transistor steuert eine Elektrode (Gate) den Stromfluss zwischen zwei gleich dotierten Bereichen (Source und Drain). Integrierte Schaltkreise ("chips") können mehrere Milliarden Transistoren enthalten (Intel 4004 im Jahr 1971: 2300 Transistoren; 32-core AMD Epyc im Jahr 2017: 19,2 Milliarden Transistoren). Die Grundfunktion eines Transistors besteht darin, mit einer angelegten Spannung eine weitere Spannung bzw. einen Strom zu steuern, ähnlich wie bei einer Triode (einer Diodenröhre mit einem Gitter, deren angelegte Spannung den Strom zwischen Anode und Kathode steuert).

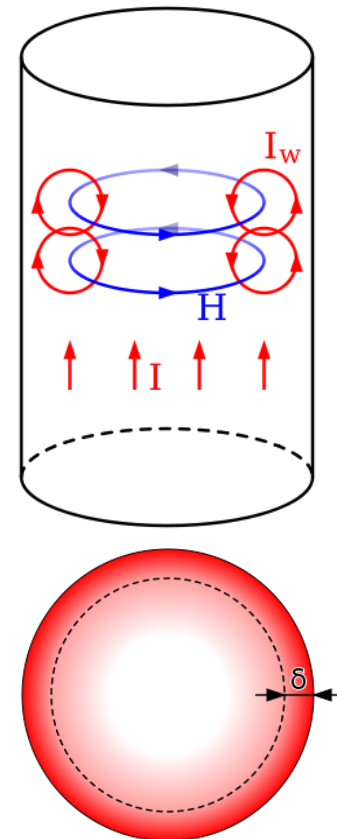
## Anmerkung: Der Skin-Effekt

Bei zeitlich veränderlichen Strömen bewirkt die Änderung des Magnetfelds, dass im Innern eines Leiters Wirbelströme entstehen. Bei hohen Frequenzen wird dadurch der Stromfluss an die Oberfläche verdrängt und nimmt nach innen exponentiell ab (s. Abschnitt über Koaxialkabel: Widerstand proportional zum Radius, nicht Radius<sup>2</sup>).

Die sog. Skin-Tiefe  $d$  ist der Abstand von der Oberfläche, an dem der Strom auf  $1/e$  abgefallen ist (ohne Herleitung):

$$\delta = \sqrt{\frac{2\rho}{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot \omega}}$$

Hier ist  $\rho$  der spezifische Widerstand und  $\mu_t$  die Permeabilität des Leiters. Da der effektive Querschnitt mit zunehmender Frequenz kleiner wird, steigt der Widerstand.



### Experiment: Wechselstromwiderstand

Die Spannung wird direkt an der Quellen (Funktionsgenerator) gemessen, der Spannungsabfall über einen Ohmschen Widerstand ist proportional zum Strom.

Induktiver Widerstand: Spannung eilt gegenüber dem Strom voraus.

Kapazitiver Widerstand. Strom eilt gegenüber der Spannung voraus.

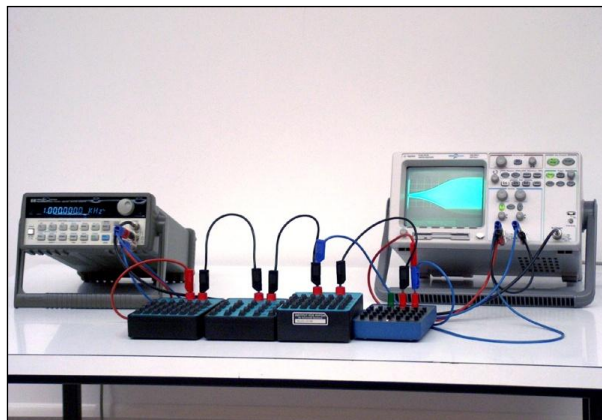
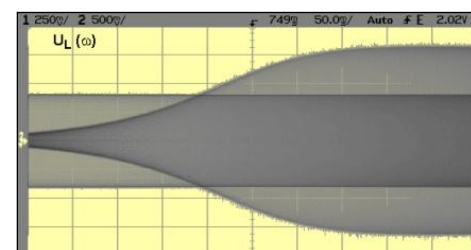
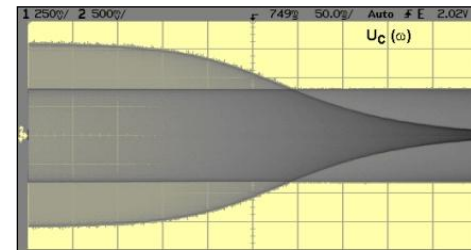
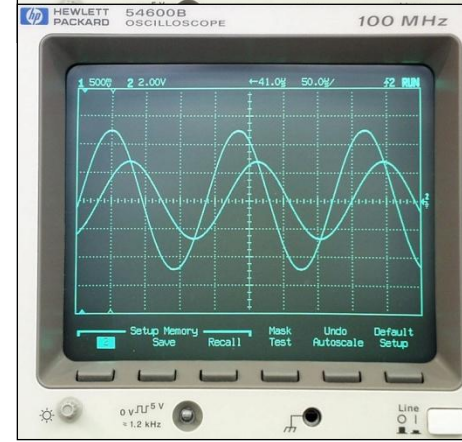
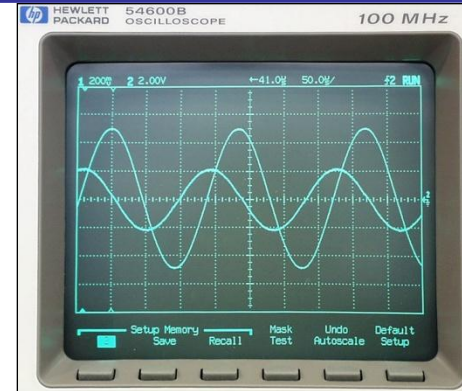
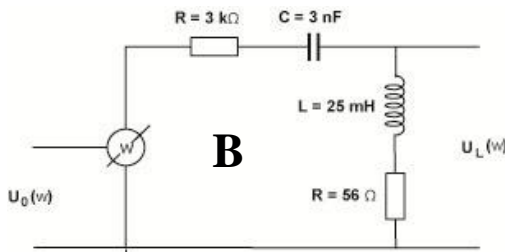
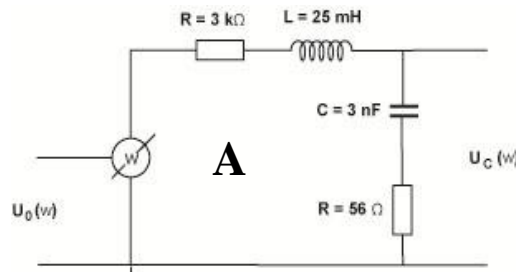
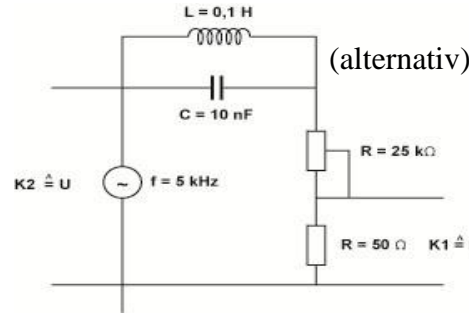
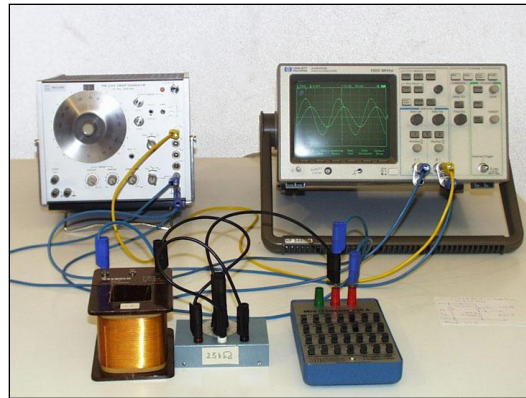
### Experiment: Hoch- und Tiefpass

Kapazitiver Widerstand ist bei kleinen Frequenzen hoch, Induktiver Widerstand ist bei großen Frequenzen hoch. Daher:

**A** = Tiefpass

**B** = Hochpass

Messung mit Funktionsgenerator, bei dem die Frequenz zeitlich ansteigt.



## Exkurs: Wurzeln komplexer Zahlen

**Motivation:** Impedanz eines Kabels

$$Z_L = \sqrt{\frac{R' + i\omega L'}{G' + i\omega C'}} = \sqrt{\frac{(R' + i\omega L')(G' - i\omega C')}{(G' + i\omega C')(G' - i\omega C')}} = \sqrt{\frac{R'G' + \omega^2 L'C'}{G'^2 + \omega^2 C'^2} + i\omega \frac{G'L' - R'C'}{G'^2 + \omega^2 C'^2}} \equiv \sqrt{A + iB}$$

**Quadratwurzel:** Übergang zu Polarkoordinaten

$$|C| = \sqrt{A^2 + B^2} \quad \tan \varphi = \frac{B}{A}$$

$$\sqrt{C} = \sqrt{A + iB} = \{|C| \cdot (\cos \varphi + i \sin \varphi)\}^{1/2} = \sqrt{|C|} \cdot \left( \cos \frac{\varphi}{2} + i \sin \frac{\varphi}{2} \right) \quad \text{1. Lösung}$$

$$\sqrt{C} = \sqrt{|C|} \cdot \left( \cos \frac{\varphi + 2\pi}{2} + i \sin \frac{\varphi + 2\pi}{2} \right) = -\sqrt{|C|} \cdot \left( \cos \frac{\varphi}{2} + i \sin \frac{\varphi}{2} \right) \quad \text{2. Lösung}$$

Alternativer Ausdruck:

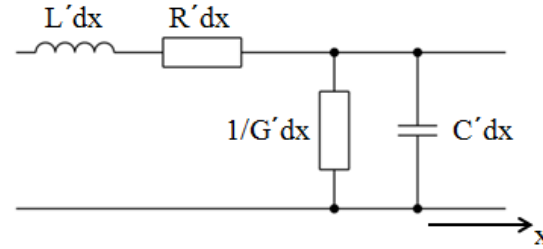
$$\sqrt{C} = \pm \left( \sqrt{\frac{|C| + A}{2}} + \operatorname{sgn}(B) \cdot \sqrt{\frac{|C| - A}{2}} \right) \quad \text{vermeidet den Übergang zu Polarkoordinaten}$$

**$n$ -te Wurzel:**  $n$  verschiedene Lösungen

$$\sqrt[n]{C} = \sqrt[n]{|C|} \cdot \left( \cos \frac{\varphi + 2\pi \cdot k}{n} + i \sin \frac{\varphi + 2\pi \cdot k}{n} \right) = \sqrt[n]{|C|} \cdot \exp\left(\frac{\varphi + 2\pi \cdot k}{n}\right) \quad k = 1, 2, \dots, n-1$$

Die Lösungen bilden in der komplexen Zahlenebene ein regelmäßiges  $n$ -Eck.

**Impedanz eines Kabels (nochmal anders)**



Bisher (und im Folgenden Kabel als verlustfrei angenommen,  $R' \rightarrow 0, G' \rightarrow 0$ ):

$$\frac{dI}{dx} = -(G' + i\omega C') \cdot U \approx -i\omega C' \cdot U$$

$$\frac{dU}{dx} = -(R' + i\omega L') \cdot I \approx -i\omega L' \cdot I$$

Die Kombination beider Gleichungen

$$\frac{d^2 I}{dx^2} = -C' \cdot \frac{d^2 U}{dt \cdot dx} = L' \cdot C' \cdot \frac{d^2 I}{dt^2} \quad \leftarrow \quad \frac{d^2 U}{dt \cdot dx} = -L' \cdot \frac{d^2 I}{dt^2}$$

$$\frac{d^2 U}{dx^2} = -L' \cdot \frac{d^2 I}{dt \cdot dx} = L' \cdot C' \cdot \frac{d^2 U}{dt^2} \quad \leftarrow \quad \frac{d^2 I}{dt \cdot dx} = -C' \cdot \frac{d^2 U}{dt^2}$$

ergibt eine Wellengleichung mit der Phasengeschwindigkeit  $v_{ph} = \frac{1}{\sqrt{L' \cdot C'}}$

Vgl. Physik I, 13. /15.12.2018:

$$\frac{d^2 y}{dt^2} - v_{ph}^2 \cdot \frac{d^2 y}{dx^2} = 0 \quad \rightarrow \quad y(x, t) \propto e^{i(\omega t - k \cdot x)}$$

$$v_{ph} = \frac{\omega}{k} \quad \text{Phasengeschwindigkeit}$$

$$v_g = \frac{d\omega}{dk} \quad \text{Gruppengeschwindigkeit}$$

Neuer Ansatz enthält explizit die Zeitabhängigkeit:

$$\frac{dI}{dx} = -C' \cdot \frac{dU}{dt} \quad \text{wegen} \quad Q = C \cdot U \quad I = \dot{Q}$$

$$\frac{dU}{dx} = -L' \cdot \frac{dI}{dt} \quad \text{wegen} \quad U_{ind} = -L \cdot \dot{I}$$

Die **Phasengeschwindigkeit** ist die Geschwindigkeit eines Merkmals der Phase der "Trägerwelle", z.B. ein Wellenmaximum.

Die **Gruppengeschwindigkeit** ist die Geschwindigkeit der Einhüllenden, von der die Trägerwelle in ihrer Amplitude moduliert wird, z.B. ein Rechtecksignal oder ein normalverteiltes Wellenpaket".

Phasen- und Gruppengeschwindigkeit sind ungleich, wenn  $\frac{\omega}{k} \neq \frac{d\omega}{dk}$ , d.h. wenn der Zusammenhang zwischen Kreisfrequenz  $\omega$  und Wellenzahl  $k = 2\pi / \lambda$  nicht linear ist (**Dispersion**).

Signale durch ein Kabel folgen also einer Wellengleichung. Im Fall des Koaxialkabels ist die Phasengeschwindigkeit gegeben durch

$$v_{\text{ph}} = \frac{1}{\sqrt{L' \cdot C'}} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \mu_0 \cdot \mu_r}} \approx \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \mu_0}} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r}}$$

In einem typischen Laborkabel beträgt die Signallaufzeit (gegeben durch  $v_g$ ) ca. 5 ns pro m Länge.

Para-/Diamagnetismus  
vernachlässigbar,  $\mu_r \approx 1$

## 6 Elektromagnetische Wellen

ergeben sich als Lösungen für  $E$ - und  $B$ -Felder aus den Maxwell-Gleichungen. Verschiedene Formen:

- **Radio- und Mikrowellen** (Sender): Wellenlängen  $\lambda \approx 10^3$  bis  $10^{-2}$  m, Frequenzen  $f \approx 10^5$  bis  $10^{11}$  Hz
- **Ferninfrarot- und Infrarotstrahlung** (Wärme, Laser ...):  $\lambda \approx 10^{-2}$  bis  $10^{-6}$  m,  $f \approx 10^{11}$  bis  $10^{14}$  Hz
- **Sichtbares Licht** (Lampen, Laser ...):  $\lambda = 700$  bis  $400$  nm,  $f = 4 \cdot 10^{14}$  bis  $8 \cdot 10^{14}$  Hz,  $E_{\text{ph}} = 1,7$  bis  $3,0$  eV
- **Ultraviolettstrahlung** (Lampen, Laser, Beschleuniger):  $\lambda \approx 400$  bis  $10$  nm,  $E_{\text{ph}} \approx 3$  bis  $100$  eV
- **Röntgenstrahlung** (Röntgenröhren, Beschleuniger):  $\lambda \approx 10$  bis  $0,01$  nm,  $E_{\text{ph}} \approx 100$  bis  $10^5$  eV
- **Gammastrahlung** (Atomkerne, kosmische Strahlung):  $E_{\text{ph}} > 10^5$  eV

Die Abgrenzung zwischen diesen Bereichen ist nicht immer einheitlich. Im Radio-/Mikrowellen und Ferninfrarotbereich ist die Angabe der Frequenz  $f$  üblich, bei kurzen Wellenlängen  $\lambda$  eher die Angabe der Photonenenergie. Umrechnung:

$$E_{\text{ph}} = h \cdot f = h \cdot c / \lambda \quad E_{\text{ph}} [\text{keV}] = 1,24 / \lambda [\text{nm}] \quad c = \lambda \cdot f$$