

Eine Besonderheit der **harmonischen Schwingung** besteht darin, dass sie die Projektion einer Kreisbewegung ist (s. Experiment: Schattenwurf eines Federpendels und eines rotierenden Stabes).

Reale Schwingungen sind oft zwar periodisch, aber nicht genau sinusförmig. Ein wichtiger Begriff in der Physik ist das **Spektrum** von Schwingungen, wobei oft eine **Amplitude** gegen die Frequenz aufgetragen wird, z.B. das Spektrum von mechanischen Vibrationen, Tönen, elektromagnetischen Wellen (Licht). Vollständig charakterisiert wird die Schwingung durch das Amplitudenspektrum und eine sog. **spektralen Phase** für jede beitragende Frequenz.

### Beispiele für Spektren:

Harmonischen Oszillator: Spektrum mit einer einzigen schmalen Linie. Je weniger Schwingungsperioden auftreten (z.B. durch Dämpfung), desto breiter die Linie.

Andere Schwingungen mit derselben Periode: Linien bei einer Grundfrequenz und bei ganzzahligen Vielfachen der Grundfrequenz, sogenannten Harmonischen (z.B. der Ton eines Musikinstruments besteht aus dem Grundton und den Obertönen).

Kompliziertere periodische Schwingungen: Linien bei Frequenzen aufweist, die nicht Vielfache voneinander sind.

Nichtperiodische Bewegung: keine Linien, sondern ein kontinuierliches Spektrum.

Schwingung als Funktion der Zeit das Spektrum als Funktion der Frequenz sind mathematisch durch **Fourier-Transformation** verknüpft. Das Spektrum einer periodischen Schwingung wird durch eine Fourier-Reihe, das Spektrum eines nichtperiodischen Vorgangs durch ein Fourier-Integral dargestellt.

(mehr dazu später)

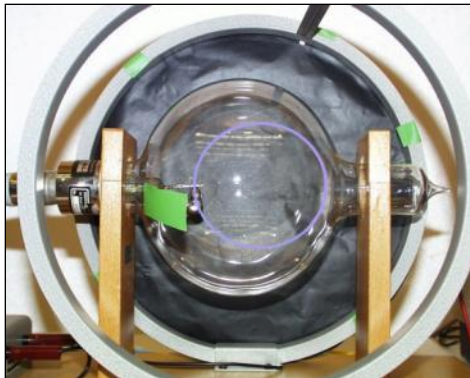
## Lorentzkraft

Eine **Kraft** erkennt man daran, dass sie den Bewegungszustand eines Objekts gemäß dem ersten Newtonschen Axiom ändert. Die Kraft ist nicht immer und überall gleich. Ein **Feld** beschreibt die räumliche Verteilung, z.B. das Gravitationsfeld der Erde. Das Feld kann sich zeitlich ändern und auch wellenförmig auftreten, z.B. das Gravitationsfeld von zwei verschmelzenden Schwarzen Löchern. Elektrisch geladene Körper (z.B. Teilchen wie das Elektron der Proton) zeigen zwei verschiedene Phänomene, aus denen man die Existenz des elektrischen Felds  $E$  und des magnetischen Felds  $B$  abgeleitet hat. Die Lorentzkraft auf eine Ladung  $q$  ist gegeben durch

$$\vec{F} = q \cdot \vec{E} + q \cdot (\vec{v} \times \vec{B})$$

Während das elektrische Feld noch dem der Gravitation ähnlich ist (die Ladung kann jedoch zwei Vorzeichen haben), hängt der magnetische Anteil der Lorentzkraft von der Geschwindigkeit der Ladung ab und ist stets senkrecht zur Geschwindigkeit und dem Magnetfeld gerichtet. Daraus ergibt sich eine Spiralbahn mit dem Sonderfall einer Kreisbahn (wenn  $v$  senkrecht zu  $B$  ist).

Ein experimentelles Beispiel ist das Fadenstrahlrohr: In einem Glaskolben werden Elektronen thermisch erzeugt und mit einem elektrischen Feld beschleunigt. In dem Kolben besteht ein einigermaßen homogenes Magnetfeld. Je höher die eingestellte elektrische Spannung, desto höher das elektrische Feld sowie die Geschwindigkeit und der Bahnradius im Magnetfeld. Je höher der Strom durch die Spulen, desto höher das magnetische Feld und die Zentripetalbeschleunigung  $a$ , und desto kleiner der Bahnradius  $r$ .



Die Umlauffrequenz eines Teilchens mit der Elementarladung  $e$  wird als Zyklotronfrequenz  $f_z$  bezeichnet.

$$m \frac{v^2}{R} = e \cdot v \cdot B \quad (\vec{v} \perp \vec{B})$$

$$\frac{v}{R} = \frac{e \cdot B}{m} \quad f_z = \frac{1}{T} = \frac{v}{2\pi \cdot R} = \frac{e \cdot B}{2\pi \cdot m}$$

Das annähernd homogene Magnetfeld wird durch ein sog. Helmholtz-Spulenpaar erzeugt (Abstand der dünnen Spulen = Spulenradius). Die Elektronenbahn wird durch Anregung der Atome in einem dünnen Gas sichtbar gemacht.

## Reibungskräfte

Reibungskräfte sind einer Bewegung entgegengerichtet.

**Reibungskraft eines Festkörpers auf einer festen Unterlage**, z.B. schiefe Ebene

$\mu_{H,G}$  = Haftreibungs- bzw. Gleitreibungskoeffizient  
 $F_N$  = Normalkraft (Kraft senkrecht zur Unterlage)

$$F = \mu_{H,G} \cdot F_N \neq f(v)$$

**Stokes-Reibung:** Widerstand eines kleinen und langsamen Körpers in einem zähen Fluid (Flüssigkeit oder Gas) z.B. kleine Kugeln in Glyzerin. Hierbei wird der Körper "laminar" ohne Wirbel umströmt.

$\eta$  = Viskosität des Fluids,  $v$  = Geschwindigkeit

$$F \propto \eta \cdot v$$

z.B. für eine Kugel mit Radius  $r$  (Gesetz von Stokes)

$$F = 6\pi \cdot r \cdot \eta \cdot v$$

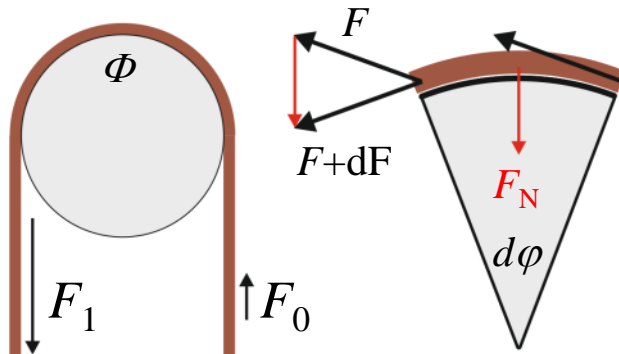
**Newton-Reibung:** Widerstand eines größeren und schnelleren Körpers in einem dünnen Fluid, z.B. Luftwiderstand eines Autos oder eines Fallschirmspringers. Hierbei ist die Strömung turbulent, es treten Wirbel auf, deren Erzeugung den Körper zusätzlich bremst.

$c_w$  = Widerstandsbeiwert,  $\rho$  = Dichte des Fluids  
 $A$  = Querschnittsfläche des Körpers (z.B. Kugel  $\sim r^2$ )

$$F = \frac{1}{2} c_w \cdot \rho \cdot A \cdot v^2$$

## Beispiel zur Haftreibung:

Reibung eines Seils auf einem festen Zylinder  
(Gautier 1717, Euler 1762, Eytelwein 1808),  
z.B. Genuaschot auf einer Winsch (Bild rechts).



Kraftzunahme entlang eines Bogens mit Winkel  $d\varphi$   
wird von Haftreibung kompensiert:

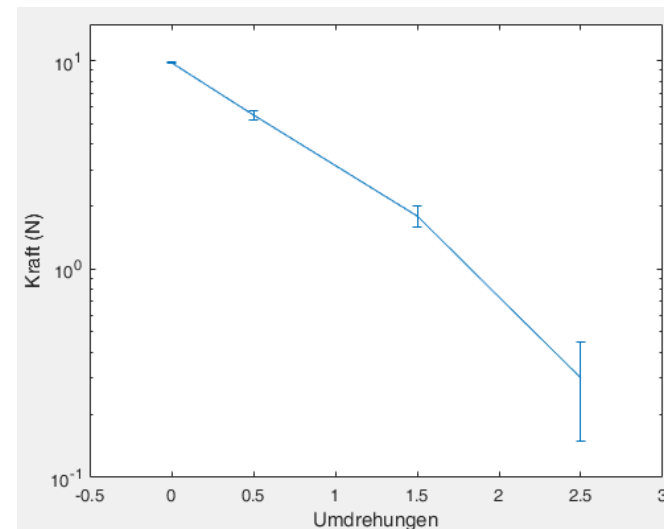
$$dF = \mu_H \cdot F_N = \mu_H \cdot F \cdot d\varphi$$

$$\int_{F_0}^{F_1} \frac{dF}{F} = \mu_H \int_0^\Phi d\varphi \quad \rightarrow \quad \ln F_1 - \ln F_0 = \ln \frac{F_1}{F_0} = \mu_H \Phi$$

$$F_1 = F_0 \cdot \exp(\mu_H \Phi) \quad \text{Euler-Eytelwein-Formel}$$

## Experiment: Seilkräfte

Ein Massestück (1000 g) hängt an einer Schnur,  
die mit  $1/2$ ,  $3/2$  und  $5/2$  Umdrehungen um eine  
Stange gewickelt wird. Die Kraft, die benötigt  
wird, um die Masse zu halten, wird mit einem  
Federkraftmesser bestimmt und ist logarithmisch  
gegen die Zahl der Umdrehungen aufgetragen.  
Abgesehen vom letzten Punkt, der kaum noch  
messbar ist, nimmt die Kraft in guter Näherung  
exponentiell ab (Euler-Eytelwein-Formel).



## Zeitabhängige Kräfte

### Anwendung der Impulserhaltung: Raketengleichung

Betrachtung im Ruhesystem der Erde, Rakete steigt senkrecht nach oben (1-dimensional)

$$p(t) = m \cdot v$$

$$p(t + \Delta t) = (m - \Delta M)(v + \Delta v) + \Delta M \cdot (v - v_r) \quad \Delta M, \Delta v, v_r > 0$$

$$p(t + \Delta t) = m \cdot v + m \cdot \Delta v - \Delta M \cdot v - \Delta M \cdot \Delta v + \Delta M \cdot (v - v_r)$$

$$\Delta p = p(t + \Delta t) - p(t) = m \cdot \Delta v - \Delta M \cdot v_r$$

$$\Delta t \rightarrow 0 \quad \frac{\Delta v}{\Delta t} \rightarrow \frac{dv}{dt} \quad \frac{\Delta M}{\Delta t} \rightarrow -\frac{dm}{dt} \quad \begin{array}{l} M = \text{Gasmasse} \\ m = \text{Raketenmasse} \end{array}$$

$$\frac{dp}{dt} = m \frac{dv}{dt} + \frac{dm}{dt} v_r = -m \cdot g \quad g > 0$$

$$dv = -v_r \frac{dm}{m} - g \cdot dt \quad \int_{v_0}^{v(t)} d\hat{v} = -v_r \int_{m_0}^{m(t)} \frac{d\hat{m}}{\hat{m}} - g \int_0^t d\hat{t}$$

$$v(t) = v_0 + v_r \cdot \ln \frac{m_0}{m(t)} - g \cdot t$$

#### Raketengleichung (Ziolkowski-Gleichung)

Die Rakete steigt senkrecht nach oben, daher  $-g \cdot t$  mit  $g > 0$

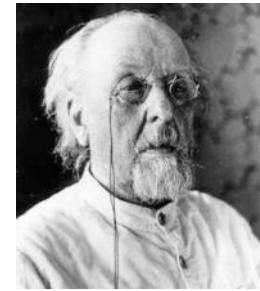
$v_r > 0$  Relativgeschwindigkeit der ausgestoßenen Gase

$v_0$  Anfangsgeschwindigkeit der Rakete

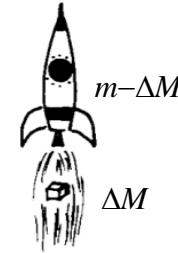
$m_0$  Anfangsmasse (Struktur + Nutzlast + Treibstoff)

$m(t)$  zeitabhängige Restmasse, z.B.  $m(t) = m_0 - q \cdot t$

$m(t)$  zeitabhängige Geschwindigkeit



Konstantin Ziolkowski  
(1857 - 1935)



Die Saturn V ist eine dreistufige Rakete, die 1969 bis 1972 für bemannt Mondflüge verwendet wurde (Höhe 111 m, Masse 2935 t)

## Experiment: Rakete

Eine unbemannte einstufige Rakete wird durch plötzlich expandierende Luft, die durch eine Düse entweicht, angetrieben. Die Rakete fliegt viel weiter, wenn die Rakete vorher mit ca. 40 cm<sup>3</sup> Wasser gefüllt wird. Das Wasser entweicht mit der expandierenden Luft und erhöht die ausgestoßene Masse und damit den Impuls. Außerdem erweist sich ein Countdown beim Start als hilfreich. Der Countdown wurde aus dramaturgischen Gründen vom Regisseur Fritz Lang für seinen Stummfilm "Die Frau im Mond" (Deutschland 1929) erfunden und hat sich seither in der Raumfahrt bewährt.



## Scheinkräfte

- Kraft in einem geradlinig beschleunigten System
- Zentrifugalkraft
- Corioliskraft

**Versuch zur Zentrifugalkraft: Die Zentrifugalküvette.** Eine Flüssigkeit befindet sich zwischen zwei Plexiglasscheiben. Die Anordnung wird um die Längsachse in Rotation versetzt, wobei die Oberfläche der Flüssigkeit eine Parabel bildet. Die Steigung in einem Punkt im Abstand  $r$  von der Drehachse ist durch das Verhältnis von Zentrifugalbeschleunigung und Gravitationsbeschleunigung gegeben:

$$\frac{dz}{dr} = \frac{\omega^2 r}{g}$$

Integriert ergibt sich eine Parabel:

$$z(r) = z_0 + \frac{\omega^2 r^2}{2g}$$
