

Temperatur-Einheiten

Als subjektiver Begriff schon immer bekannt. Kinetische Deutung schon seit dem 18. Jh. vermutet. Festlegung einer Temperaturskala erfordert Linearität (problematisch bei der thermischen Ausdehnung von Festkörpern und Flüssigkeiten) und Festlegung von Fixpunkten (die in der Natur vorkommen), z.B.

Fahrenheit-Skala

0°F tiefste mit Kältemischungen herstellbare Temperatur (um negative Zahlen zu vermeiden)
100°F Körpertemperatur eines gesunden Menschen (mit 37,7°C etwas hoch gegriffen)

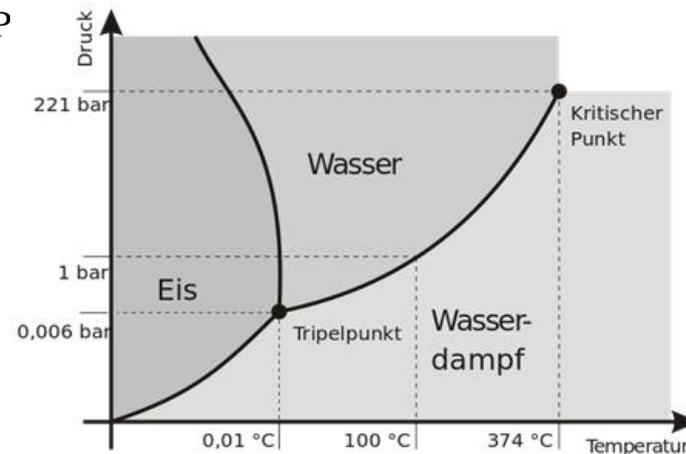
Celsius-Skala

0°C Gefrierpunkt von Wasser (Eispunkt)
100°C Siedepunkt von Wasser bei Normaldruck 1013,25hPa

Kelvin-Skala

0 K Absoluter Temperatur-Nullpunkt
273,16 K Tripelpunkt von Wasser bei 0,01°C
(1-Grad-Intervall wie bei der Celsius-Skala)

$$T[{}^{\circ}\text{C}] = (T[{}^{\circ}\text{F}] - 32) \cdot 5/9$$



Temperaturmessung (Thermometrie)

- Ausdehnung von Festkörpern, Flüssigkeiten, Gasen
- Thermoelement (Spannung zwischen den Lötstellen zweier Drähte z.B. Eisen, Konstantan [Cu.Ni])
- elektrischer Widerstand (z.B. PT100 hat 100 Ω Widerstand bei 0°C)
- Vermessung von Wärmestrahlung (Pyrometrie), insbesondere bei hohen Temperaturen

Stoffmenge

1 Mol enthält ebenso viele Teilchen wie 12 g des Kohlenstoff-Isotops ^{12}C .

Die Molmasse ist die Masse von 1 Mol $M = A \text{ g/mol}$

wobei A die relative Atommasse ist ($\approx N + Z$). Avogadrozahl = Zahl der Moleküle in 1 mol
 $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$ Teilchen/mol

Ideales Gas: besteht aus Molekülen, die viel kleiner als der Abstand untereinander sind, und die untereinander und mit den umgebenden Wänden elastische Stöße ausführen, d.h. die Ausdehnung der Moleküle und die Energieaufnahme durch Vibration, Rotation etc. ist vernachlässigbar.

Kinetische Gastheorie

Bereits im 18. Jh formuliert (Bacon, Bernoulli), in der heutigen Form 2. Hälfte des 19. Jh., als die Existenz von Atomen noch umstritten war



Daniel Bernoulli
1700-1782



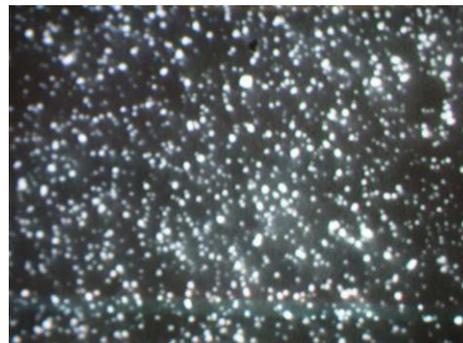
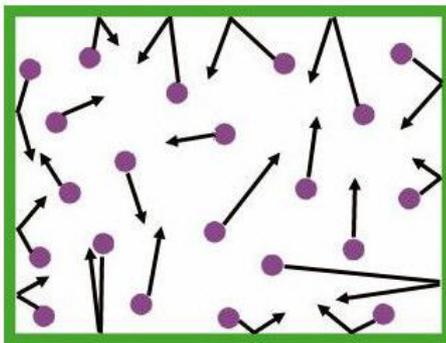
Rudolf Clausius
1822-1888



James Clerk Maxwell
1831-1879



Ludwig Boltzmann
1844-1906



Ein gutes Indiz dafür, dass Temperatur ein Ausdruck der Bewegung von Atomen oder Molekülen ist, ist die Brownsche Molekularbewegung, unter dem Mikroskop sichtbar z.B. als Zitterbewegung von Titanoxidpulver in Wasser.

Allgemeine Zustandsgleichung für ideale Gase

Zustandsgrößen eines Gases sind z.B. Druck, Temperatur, Volumen und Molzahl (Stoffmenge). Zustandsgleichungen verknüpfen diese Größen, z.B.

Boyle-Mariottesches Gesetz

Beispiel: Tiefenmesser

$$p \cdot V = \text{const} \quad (T = \text{const})$$

und zwei weitere Gleichungen (s. letzte Vorlesung):

$$V(T) = V_0(1 + \beta \cdot T_C) \quad \beta = 1/273,15^\circ\text{C}$$

$$p(T) = p_0(1 + \gamma \cdot T_C) \quad \gamma = \beta$$

Mit den Werten p_0 und V_0 bei 0 Grad Celsius: Volumen und Druck gehen gegen 0 für $T_C \rightarrow -273,15^\circ\text{C}$
Daher mit anderer Temperaturdefinition (T : Temperatur in Grad Kelvin)

Gay-Lussacsches Gesetz

Beispiel: Erhitzte Luft in einem Heißluftballon dehnt sich aus.

$$V/T = \text{const} \quad (p = \text{const})$$

Gesetz von Amontons

Beispiel: Druck der Luft in einer Tauchflasche hängt von T ab.

$$p/T = \text{const} \quad (V = \text{const})$$

Dies sind Teilaspekte eines allgemeineren Gesetzes:

Allgemeine Gasgleichung für ideale Gase

$$p \cdot V = \nu \cdot R \cdot T \quad R = 8,314 \text{ J}/(\text{K} \cdot \text{mol}) \quad (\text{Allgemeine oder universelle Gaskonstante})$$

$$p \cdot V = N \cdot k \cdot T \quad k = 1,3805 \cdot 10^{-23} \text{ J/K} \quad \text{Boltzmann-Konstante}$$

$$\text{Teilchenzahl } N = \nu \cdot N_A \quad \rightarrow \quad R = N_A \cdot k = 6.022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1} \cdot 1,3805 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$$



Bei diesem einfachen Tiefenmesser dringt Wasser in die linke Öffnung der kreisförmigen Röhre ein, während die rechte Öffnung verschlossen ist. Die Luft-Wasser-Grenzfläche zeigt die Wassertiefe an (z.B. 10 m Tiefe, Druck 2 bar, Luftvolumen halbiert)

Harmonielehre
(zu Kapitel Wellen)

1 Dim Wellengleichung

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - v^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = 0$$

y : Auslenkung, $y = y(t, x)$

Lösung benötigt Anfangs- und Randbedingungen



Lösung

$$y(t, 0) = y(t, L) = 0$$

$\rightarrow y(x, t) = \sin kx \cdot \sin \omega t$

k ist quantisiert: $\sin kL = 0$

$$\rightarrow k = \frac{\pi \cdot n}{L} \quad n \in \mathbb{N}$$

k und ω sind verknüpft über eine Dispersionsrelation $\omega = v \cdot k$

Frequenz der zentralen Schwingung

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \left[\frac{T}{s} \right] \frac{\pi}{L} \cdot n$$

T: Saitenspannung
s: Massendichte

$n=1$: Grundfrequenz (tieftester Ton)

$n \neq 1$: Obertöne

Wellenlänge $\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{v}{f}$

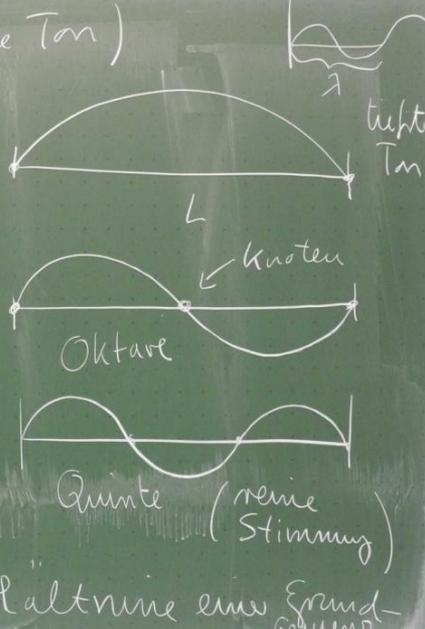
$\lambda_{\max} = 2L$

Obertöne

$\lambda = L$ Oktave

$\lambda = \frac{2}{3}L$ Quinte (reine Stimmung)

Aufbau von Tonleitern in reiner Stimmung als rationale Verhältnisse einer Grundfrequenz



Temperierte Stimmung (Bach): 1 Oktave $\hat{=}$ 12
gleichberechtigten Halbtönen,

d.h., die Frequenzverhältnisse von einem zum
nächsten Halbton sind konstant,

$$\frac{f_{\text{Oktave}}}{f_0} = 2 = \underbrace{\frac{f_{12}}{f_{11}} \cdot \frac{f_{11}}{f_{10}} \cdot \dots \cdot \frac{f_1}{f_0}}_{12 \text{ Faktoren}} = (x)^{12} \Rightarrow x = \sqrt[12]{2}$$

Intervall	# Halbtöne	reine Stimmung	temperierte Stimmung
Oktave	12	2:1	2
Quinte	7	3:2 = 1,5	$(\sqrt[12]{2})^7 = 1,498$
Quarte	5	4:3 = 1,33	$(\sqrt[12]{2})^5 = 1,3348$
große Terz	4	5:4	
kleine Terz	3	6:5	

Kinetische Gastheorie / Klassische Statistik

Problemstellung:

- Vierteilchenystem $N \gg 1$
(typisch $N_A \sim 6 \cdot 10^{23}$)
- Teilchen bewegen sich gemäß der Newtonschen Axiome
- Kräftefreie Teilchen stoßen untereinander und mit der Wand
- Teilchengröße \ll mittlere Teilchenabstand

Phänomenologische Thermodynamik:

Beschreibung eines Systems durch makroskopische Größen: "Zustandsgrößen",

z.B. V, p, T

Im thermodynamischen Gleichgewicht gilt für das ideale Gas die Zustandsgleichung $pV = NkT$

$$\text{allg. } f(p, V, T) = 0 \quad (N = \text{const})$$

