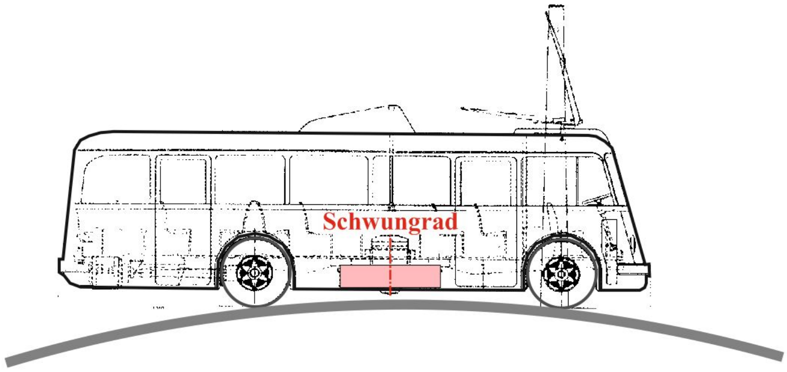
9. Übungsblatt zur Physik I

Prof. Dr. G. Hiller, Prof. Dr. S. Khan

Abgabe: Bis Dienstag, den 12. Dezember 2017 12:00 Uhr WS 2017/18

Aufgabe 1 : Gyrobus (5 Punkte)

Ein Gyrobus wird mit der Energie eines mitgeführten Schwungrads angetrieben, das vor der Fahrt elektrisch in Rotation versetzt wurde. Gyrobusse wurden vereinzelt in den 1950er Jahren in der Schweiz, in Belgien und im damaligen Belgisch-Kongo eingesetzt. Ein Bus der Gesamtmasse $M = 5$ t und Spurweite $d = 2$ m sei mit einem scheibenförmigen Schwungrad (Masse $m = 1$ t, Radius $K = 0,5$ m, Rotationsfrequenz $f = 3600$ U/min) ausgerüstet, dessen vertikale Achse starr gelagert ist. Die Fahrtgeschwindigkeit sei $v = 50$ km/h.



(a) Wie groß ist die kinetische Energie des Schwungrads? Ist die Scheibenform für eine gegebene Masse des Schwungrads optimal (Begründung)?

(b) Welche Höhendifferenz kann der Bus aus dem Stand überwinden? Reibung und Luftwiderstand seien vernachlässigbar, berücksichtigen Sie aber die kinetische Energie unter der Annahme, dass sie beim Abbremsen in Wärme umgesetzt wird.

(c) Was passiert, wenn die zunächst waagerechte Straße plötzlich ansteigt oder abfällt? Wie groß muss in diesen Fällen der vertikale Krümmungsradius R mindestens sein, damit der Bus nicht zu kippen beginnt?

bitte wenden

Aufgabe 2 : Weihnachten (5 Punkte)

Es wird höchste Zeit, sich physikalisch auf das Weihnachtsfest vorzubereiten.

(a) Berechnen Sie das Trägheitsmoment einer Weihnachtskugel (homogene dünnwandige Kugel mit Masse 20 g und Radius 3 cm) für eine Drehachse (i) durch den Mittelpunkt der Kugel und (ii) tangential zur Oberfläche der Kugel.

(b) Ein Jo-Jo ist ein nettes und preisgünstiges Weihnachtsgeschenk für physikalisch interessierte Kinder. Es besteht aus zwei Scheiben (Radius r_1 und Masse m_1 für beide Scheiben zusammen), die durch eine kleinere Scheibe (Radius r_2 und Masse m_2) auf einer gemeinsamen Mittelachse verbunden sind. Wenn man das Jo-Jo fallen lässt, wickelt sich ein Faden (Masse und Ausdehnung vernachlässigbar) von der mittleren Scheibe ab und versetzt das Jo-Jo in Rotation. Berechnen Sie die Fallgeschwindigkeit als Funktion der abgewickelten Fadenlänge L. Mit welcher (konstanten) Beschleunigung fällt das Jo-Jo? Wie groß ist die Zugkraft des Fadens? Was fällt im Fall $r_1 = r_2$ auf?

Aufgabe 3 : Gedämpfter harmonischer Oszillator (5 Punkte)

Betrachten Sie die homogene Differentialgleichung

$$\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = 0$$

mit den Konstanten $\gamma, \omega_0^2 \in \mathbb{R}$.

(a) Beschreiben Sie die Bedeutung der auftretenden Terme in der Differentialgleichung.

(b) Nutzen Sie den Ansatz

$$x(t) = \exp(\mu t),$$

um eine Bedingung an μ in Abhängigkeit von γ, ω_0 zu erhalten. Sie sollten zwei mögliche Lösungen für μ erhalten.

(c) Benutzen Sie die Linearkombination

$$x(t) = A_1 \exp(\mu_1 t) + A_2 \exp(\mu_2 t)$$

um die angegebene Differentialgleichung mit den Anfangsbedingungen $x(0) = 0$, $\dot{x}(0) = v_0$ zu lösen. Hierbei beschreiben μ_1 und μ_2 die in Teilaufgabe (b) bestimmen Lösungen für μ. Unterscheiden Sie zwischen $\omega_0 < \gamma$ und $\omega_0 > \gamma$. Skizzieren Sie $x(t)$ für beide Fälle graphisch und beschreiben Sie die auftretenden Unterschiede qualitativ.

Hinweis: Zum Vereinfachen können die Relationen

$$\sin(\phi) = \frac{1}{2i}\left(\exp(i\phi) - \exp(-i\phi)\right),$$
$$\sinh(\phi) = \frac{1}{2}\left(\exp(\phi) - \exp(-\phi)\right)$$

nützlich sein.

(d) Skizzieren oder plotten Sie den Verlauf der potentiellen sowie kinetischen Energie für beide Fälle.

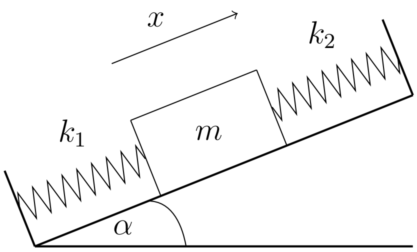
(e) Lösen Sie die Differentialgleichung für $\omega_0 = \gamma$ mit dem Ansatz

$$x(t) = B_1 \exp(\mu_1 t) + B_2 t \exp(\mu_1 t)$$

Vergleichen Sie das Verhalten von $\omega_0 < \gamma$ und $\omega_0 = \gamma$ für $t \to \infty$. Welche Lösung geht schneller zu Null?

Aufgabe 4 : Masse an Federn (5 Punkte)

Eine Masse m sei auf der Erdoberfläche mit zwei Federn der Federkonstanten k_1 und k_2 zwischen zwei Wänden eingespannt. Die ganze Apparatur wird um den Winkel α geneigt. Der Boden der Apparatur definiert die x-Richtung, respektive die Auslenkung der Federn sei immer in x-Richtung. Reibungseffekte werden vernachlässigt.



(a) Zunächst sei $\alpha = 0$. Welche Kräfte wirken auf die Masse m? Stellen Sie die Kräfte auf, um daraus die homogene Differentialgleichung (DGL) bezüglich der Position der Masse in x-Richtung zu bestimmen. Lösen Sie diese homogene DGL für allgemeine Konstanten.

(b) Jetzt sei $\alpha \neq 0$. Wie lautet nun die DGL? Lösen Sie diese für allgemeine Konstanten. *Hinweis: Beachten Sie die Gravitationskraft! Die allgemeine Lösung ist eine Superposition aus der homogenen und partikulären Lösung.*