Physik II — SoSe 2018
12. Übungsblatt

Ausgabe: 26.06.2018
Abgabe: 02.07.2018, 12 Uhr

Prof. Dr. Shaukat Khan
Prof. Dr. Götz S. Uhrig

Aufgabe 0: Verständnisfragen — 0 Punkte

1) Betrachten Sie verschiedene Bereiche des elektromagnetischen Spektrums von den Radiowellen bis zur Gamma-Strahlung. Welche Gemeinsamkeiten und Unterschiede sehen Sie aus physikalischer Sicht und aus Ihrer Alltagserfahrung?

2) Erläutern Sie ohne Formeln, warum geladene Teilchen Strahlung aussenden, wenn sie beschleunigt werden, und geben Sie Beispiele. Warum geht es dabei fast ausschließlich um Elektronen?

3) Erläutern Sie, welche physikalische Bedeutung der Poynting-Vektor $\vec{S}$ hat. Gehen Sie dabei insbesondere auf Richtung und Betrag dieses Vektors ein.

4) Gibt es mehrere mögliche Wahlen des zu einer gegebenen elektromagnetischen Welle gehörigen Vektor- und Skalarpotentials? Falls dem so ist, nennen Sie einige Ihnen bekannte Möglichkeiten zur Eichung.

Aufgabe 1: Strahlung und Felder — 5 Punkte

Der Poynting-Vektor bietet die Möglichkeit, den Fluss der Leistungsdichte eines elektromagnetischen Feldes zu charakterisieren. In dieser Aufgabe erarbeiten Sie ein fundamentales allgemeines Verständnis für die Bedeutung dieses Vektors und berechnen darüber hinaus den Poynting-Vektor in einem konkreten Anwendungsfall.

Elektromagnetische Felder im materie- und ladungsfreien Raum erfüllen die Gleichung

$$\frac{\partial}{\partial t}\frac{1}{2c^2}\left[\vec{E}^2 + c^2\vec{B}^2\right] + \operatorname{div}\left(\vec{E}\times\vec{B}\right) = 0.$$

(a) Überführen Sie diese Gleichung in die Form $\operatorname{div}\vec{S} + \frac{\partial u}{\partial t} = 0$, wobei der erste Summand die Quellstärke des Poynting-Vektors $\vec{S} = \frac{1}{\mu_0}(\vec{E}\times\vec{B})$ beschreibt. Erläutern Sie diese Gleichung. Gehen Sie dazu insbesondere auch auf die physikalische Bedeutung von u ein.

(b) Welche Bedingung an das elektrische Feld $\vec{E}$ ist ganz allgemein auf der Oberfläche eines idealen elektrischen Leiters mit unendlich schnell beweglichen Ladungen erfüllt?

(c) Berechnen Sie den Poynting-Vektor für eine stehende elektromagnetische Welle, die sich in z-Richtung ausbreitet. Fassen Sie dazu die stehende Welle als Superposition einer ebenen linear polarisierten und nach rechts laufenden Welle $\vec{E}(z,t) = \vec{E}_{0,\mathrm{r}}\cos(\omega t - kz)$ mit $\vec{E}_{0,\mathrm{r}} = (E^x_{0,\mathrm{r}}, 0, 0)^T$ und $E^x_{0,\mathrm{r}} \in \mathbb{R}$ sowie der entsprechenden an einer idealen Leiteroberfläche reflektierten nach links laufenden Welle auf. Interpretieren Sie Ihr Ergebnis.

Aufgabe 2: Lorenz-Eichung — 5 Punkte

Ein elektromagnetisches Feld kann durch ein Vektorpotential zusammen mit einem skalaren Potential beschrieben werden. Das eigentliche Feld lässt verschiedene Wahlen dieser Potentiale zu, es liegt eine sogenannte Eichfreiheit vor. Bisweilen hilft eine geschickte Eichwahl bei eminenter Vereinfachung von Problemstellungen. In dieser Aufgabe lernen Sie beispielhaft die Lorenz-Eichung kennen.

Die Lorenz-Eichung wird charakterisiert über den Zusammenhang zwischen Vektorpotential $\vec{A}$ und skalarem Potential ϕ mit

$$\mathrm{div}\vec{A}(\vec{r},t) = -\frac{1}{c^2}\frac{\partial \phi}{\partial t}. \tag{1}$$

Für das Vektorpotential $\vec{A}$ des Hertzschen Dipols mit dem zeitlich veränderlichen Dipolmoment $\vec{p}(t_{\mathrm{ret}})$ für $t_{\mathrm{ret}} := t - \frac{r}{c}$ kann (vgl. Vorlesung) folgender Zusammenhang gezeigt werden

$$\vec{A}(\vec{r},t) = \frac{\mu_0}{4\pi r}\dot{\vec{p}}(t_{\mathrm{ret}}) \,. \tag{2}$$

(a) Nutzen Sie die Eichbedingung der Lorenz-Eichung und zeigen Sie so die Gültigkeit des Ausdrucks

$$\phi(\vec{r},t) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\vec{r}\left[\frac{\vec{p}}{r^3} + \frac{\dot{\vec{p}}}{cr^2}\right](t_{\mathrm{ret}}) \,. \tag{3}$$

(b) Berechnen Sie aus dem soeben gewonnenen Ausdruck für ϕ und dem Vektorpotential das elektrische Feld.

Aufgabe 3: Strahlung von der Sonne — 5 Punkte

Die Solarkonstante gibt an, welche Leistung der Sonnenstrahlung pro Quadratmeter die Erde erreicht. Sie beträgt 1367 $\mathrm{W/m^2}$ (außerhalb der Atmosphäre). Die Erde ist ca. 150 Millionen km von der Sonne entfernt.

(a) Wie groß ist die Leistung pro Quadratmeter an der Oberfläche der Sonne, deren Radius ca. 696 000 km beträgt? Wie viel Energie wird pro Jahr von der Sonne freigesetzt?

(b) Verwenden Sie die Betrachtung von J. J. Thomson zur Strahlungsemission einer beschleunigten Ladung (s. Vorlesung) und berechnen Sie mithilfe dieses Modells das mittlere elektrische Feld des Sonnenlichts.

Aufgabe 4: Kohärente und inkohärente Emission — 5 Punkte

Im Elektronenspeicherring DELTA mit Umfang 115,2 m kreisen Elektronen, die Synchrotronstrahlung mit zufälliger Phase emittieren. Der gemessene Strahlstrom sei 10 mA.

(a) Geben Sie die Zahl der Elektronen an.

(b) Um welchen Faktor würde sich die abgestrahlte Leistung von der zufälligen Emission unterscheiden, wenn man 1/1000 der Elektronen dazu veranlassen könnte, vollkommen phasengleich zu strahlen?