

# 11. Übungsblatt zur Physik I

Prof. Dr. G. Hiller, Prof. Dr. S. Khan

---

Abgabe: Bis Dienstag, den 9. Januar 2018 12:00 Uhr

WS 2017/18

---

## Aufgabe 1 : Wellengleichung

(6 Punkte)

Betrachten Sie die eindimensionale Wellengleichung

$$\left( \frac{1}{u^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) g(x, t) = 0 . \quad (1)$$

- (a) Zeigen Sie, dass der Ansatz  $g(x, t) = f_+(x + ut) + f_-(x - ut)$ , mit beliebigen zweimal differenzierbaren Funktionen  $f_{\pm}$ , die Wellengleichung (1) löst.
- (b) Skizzieren Sie den zeitlichen Verlauf zweier Lösungen  $f_{\pm}$ .
- (c) Unter welcher Bedingung erfüllen die periodischen Funktionen  $g(x, t) = \cos(kx \pm \omega t)$  mit reellen Konstanten  $\omega$  und  $k$  die Wellengleichung (1)? Was beschreiben die Konstanten  $\omega$  und  $k$  physikalisch?
- (d) Zeigen Sie, dass sich Lösungen der Form  $g(x, t) = \cos(kx - \omega t) + \cos(kx + \omega t)$  als Produkt  $g(x, t) = A(x)B(t)$  schreiben lassen. Was beschreiben diese Lösungen physikalisch?
- (e) Verwenden Sie den Produktansatz aus (d) um alle Lösungen von Gleichung (1) zu finden, die zu allen Zeiten den Randbedingungen  $g(0, t) = 0$  und  $g'(L, t) = 0$  mit einer Konstanten  $L$  genügen (dabei bezeichne  $g'(x, t)$  die Ableitung von  $g$  nach dem Ort  $x$ ). Geben Sie Beispiele für physikalische Systeme mit diesen Randbedingungen an.

## Aufgabe 2 : Taylor-Entwicklung

(4 Punkte)

Bestimmen Sie die Reihenentwicklungen folgender Größen bis zur quadratischen Ordnung:

- (a)  $E = \sqrt{p^2 c^2 + m^2 c^4}$  für  $p \ll mc$  und für  $m \ll p/c$ ,
- (b)  $\phi = -G \frac{mM}{r}$  für  $h \equiv r - R \ll R$  um  $r = R$ .

Für eine Funktion  $f(a, b)$  von zwei Variablen gilt

$$\begin{aligned} f(a, b) = & f(a_0, b_0) + (a - a_0) f_a(a_0, b_0) + (b - b_0) f_b(a_0, b_0) \\ & + \frac{1}{2} \left( (a - a_0)^2 f_{aa}(a_0, b_0) + (b - b_0)^2 f_{bb}(a_0, b_0) + 2(a - a_0)(b - b_0) f_{ab}(a_0, b_0) \right) + \dots \end{aligned} \quad (2)$$

Dabei geben die Indizes partielle Ableitungen an – z.B.  $f_{ab}(a, b) = \frac{\partial^2}{\partial a \partial b} f(a, b)$ .

- (c) Entwickeln Sie die Funktion  $f(x, y) = \cos(x)e^{-y^2}$  bis zur quadratischen Ordnung in beiden Argumenten um  $(0, 0)$ .

### Aufgabe 3 : Trieste

(5 Punkte)

Im Jahr 1960 erreichten Jacques Piccard und Don Walsch mit dem Tauchboot *Trieste* eine der tiefsten Stellen des Weltmeeres, das sog. Challengertief im Marianengraben (Pazifik). Die Tiefe betrug etwa 10.900 m. Die *Trieste* besaß einen Auftriebskörper mit ca. 85 m<sup>3</sup> Benzin. Zum Abtauchen wurde Luft abgelassen, zum Auftauchen wurde Ballast in Form von Eisenkugeln abgeworfen. An dem Auftriebskörper hing eine kugelförmige Druckkabine aus Stahl mit  $r = 2,2$  m Außendurchmesser und einer Wandstärke von  $d = 12$  cm.

- (a) Wie groß ist der Druck in der angegebenen Tiefe? Die Dichte von Meerwasser beträgt etwa 1,02 g/cm<sup>3</sup>.
- (b) Angenommen, das Kompressionsmodul des verwendeten Stahls betrage 160 GPa. Um welchen Wert würde sich der Radius einer Vollkugel aus Stahl in der angegebenen Tiefe verringern?
- (c) Um welchen Wert verringerte sich der Radius der Druckkabine? Hier fehlt gegenüber der Vollkugel der elastische Gegendruck einer Kugel mit Radius  $r - d$ .
- (d) Wie veränderte sich die Auftriebskraft beim Tauchen von der Meereroberfläche bis zur größten Tiefe? Angenommen, das Kompressionsmodul von Benzin betrage 1 GPa und das von Wasser 2 GPa. Wie viel Ballast würden Sie mindestens mitnehmen?

### Aufgabe 4 : Gitarrensaite

(5 Punkte)

Die g-Saite einer Gitarrensaite schwingt in ihrem Grundton mit ca. 392 Hz. Angenommen, die Länge der Saite sei 65 cm, der Durchmesser sei 0,6 mm, die Dichte des Materials betrage 2,5 g/cm<sup>3</sup> und das Elastizitätsmodul sei 80 GPa.

- (a) Wie groß ist die Wellenlänge der Grundschiwingung?
- (b) Wie groß ist die Ausbreitungsgeschwindigkeit einer transversalen Auslenkung entlang der Saite?
- (c) Mit welcher Kraft muss die Saite gespannt werden?
- (d) Um wie viel dehnt sich die Saite, während sie gespannt wird?
- (e) Welchen Gütefaktor hat die Saite, wenn ihre Schwingung nach 2 s auf die halbe Amplitude abgeklungen ist?
- (f) Warum wird der Klang der Gitarrensaite generell als angenehmer empfunden als der eines Sinustongenerators?

**Frohe Weihnachten und ein Gutes neues Jahr!**