ÜBUNGEN
zur Vorlesung „Instrumente der modernen Physik“
TU Dortmund Sommersemester 2019

– BLATT 9 –

Daniel Krieg (daniel.krieg @ tu-dortmund.de)
Carsten Mai (carsten.mai @ tu-dortmund.de)
Vorbesprechung am Mi 12.06.2019, Abgabe am Mo 17.06.2019.

Maximal drei Teilnehmer/innen können eine gemeinsame Lösung einsenden. Die Lösungen zu Programmieraufgaben bitte als kommentiertes Python-Skript (.py), zu Verständnis- und Rechenaufgaben als PDF-Dokument (z.B. LaTeX, Word, gescannt) per Email an die zwei Übungsleiter einsenden. Bitte alle Namen im Betreff der Email, dem PDF und dem Python-Skript aufführen. Betreff der Email: „[Instrumente19 Übung] Abgabe Blatt 9, <Namen>“*

Aufgabe 1: Freie-Elektronen-Laser (4 Punkte)

a) Beschreiben Sie den etwas obskuren Begriff „ponderomotorische Phase“ in eigenen Worten.

b) Ein „high-gain“-FEL wird in der 1-dimensionalen Theorie durch drei gekoppelte Differenzialgleichungen beschrieben. Schildern Sie die den Gleichungen zugrunde liegenden Effekte ohne Verwendung von Formeln.

Aufgabe 2: „High-gain“-FEL (3 Punkte)

Nehmen Sie folgende Parameter an: Elektronenenergie 500 MeV, ein zylinderförmiges Elektronenpaket der Länge 100 fs und Durchmesser 0,1 mm mit 10^9 Elektronen, Undulatorperiode λ_U = 27 mm, Undulatorparameter K = 1.

a) Wie groß ist die Elektronendichte n_e und der Spitzenstrom I_0?

b) Was versteht man unter der *gain*-Länge $L_g = \frac{1}{\sqrt{3}}\left(\frac{4\gamma^3 m_e}{\mu_0 K^2 e^2 k_U n_e}\right)^{1/3}$ und wie groß ist sie in diesem Fall?

(bitte wenden)

Aufgabe 3: Energie- und Dichtemodulation (5 Punkte)

Die Erzeugung einer Energiemodulation mit einem kurzen Laserpuls, die anschließend durch Weglängenunterschiede in einer magnetischen „Schikane“ in eine Dichtemodulation überführt wird, ist die Grundlage von CHG (coherent harmonic generation) und verschiedenen „Seeding“-Verfahren für Freie-Elektronen-Laser.

a) Erzeugen Sie mit der Matlab-Funktion `numpy.random.rand` N = 20000 zufallsverteilte Elektronen innerhalb eines Elektronenpakets mit konstanter Dichte entlang der longitudinalen Koordinate z/λ (hier in Einheiten der Laserwellenlänge λ) zwischen –1 und +1. Die relative Abweichung $\Delta E/E$ von der Sollenergie E sei normalverteilt mit einer Standardabweichung $\sigma_{\Delta E/E} = 0{,}001$ (Funktion `numpy.random.randn`). Stellen Sie die Elektronen als Punkte im Phasenraum ($\Delta E/E$ gegen z/λ) dar. Erzeugen Sie ferner mit der Funktion `numpy.hist` ein Histogramm der Elektronendichte ρ als Funktion von z/λ mit gleichverteilten Intervallen der Breite 0,05.

b) Simulieren Sie nun eine laser-induzierte Energiemodulation $\propto \sin(2\pi \cdot z/\lambda)$ mit einer Amplitude von $5 \cdot \sigma_{\Delta E/E}$, die Sie zur normalverteilten Abweichung addieren. Stellen Sie wieder die Phasenraum- und Dichteverteilung grafisch dar.

c) Energieabhängige Weglängenunterschiede in einer Schikane werden durch den Ausdruck $\Delta z = R_{56} \cdot \Delta E/E$ beschrieben, wobei der Parameter R_{56} eine Eigenschaft der Schikane ist (den Grund für die seltsame Nomenklatur werden Sie noch kennenlernen). Hier ist $\Delta E/E$ die momentane relative Energieabweichung, d.h. die normalverteilte plus laser-induzierte Abweichung. Wählen Sie R_{56} so, dass die Elektronen mit der größten laser-induzierten Energieabweichung etwa um 1/4 Wellenlänge verschoben werden und stellen Sie wieder die Phasenraum- und Dichteverteilung grafisch dar. Anmerkung: Achten Sie darauf, dass die Teilchenzahl im Intervall [–1,+1] konstant bleibt, indem Sie ggf. die Elektronenposition um 2 Einheiten erhöhen/vermindern (z.B. mit der Funktion `numpy.mod`).

d) Freiwillige Zusatzaufgabe: Berechnen Sie für die Verteilung in c) die sogenannten Bunching-Faktoren für die 1. bis 5. Harmonische ($h = 1,2,3,4,5$) gemäß der Formel $|b_h(\omega)| = (1/N)\left|\sum_j \exp(ih\phi_j)\right|$, wobei $\phi_j = 2\pi z_j/\lambda$ die Phase des j-ten Elektrons bezüglich der Laserwellenlänge ist. Wenn Sie R_{56} in geeigneten Schritten variieren, werden Sie feststellen, dass es ein ausgeprägtes Maximum für $|b_h(\omega)|$ und kleinere Maxima bei größeren Werten von R_{56} gibt.