

5.2 Übersicht

Antiteilchen

Aus der relativistischen Quantenmechanik folgt der **Spin** der Teilchen und die Existenz von **Antiteilchen**. Teilchen, bei denen alle additiven Quantenzahlen null sind, sind ihre eigenen Antiteilchen (z.B. Photon).

Leptonen (aktueller Stand)

$$e^- \quad \mu^- \quad \tau^-$$

$$\nu_e \quad \nu_\mu \quad \nu_\tau$$

Antileptonen

$$e^+ \quad \mu^+ \quad \tau^+$$

$$\bar{\nu}_e \quad \bar{\nu}_\mu \quad \bar{\nu}_\tau$$

Namen: Elektron/Positron, Myon, Tau-Lepton.

Dass geladene Leptonen negativ und Antileptonen positiv sind, rührt letztlich daher, dass Benjamin Franklin um 1750 eine Ladung als positiv definiert hat, die von einem mit Seide geriebenen Glasstab abgestoßen wird.

Leptonenzahl = Zahl der Leptonen einer Familie (e, μ, τ) minus Zahl der Antileptonen derselben Familie ist unter allen Wechselwirkungen (nahezu) für jede Familie separat erhalten. Die jüngst entdeckten Neutrino-Oszillationen legen eine von Null verschiedene (aber kleine) Neutrinomasse und eine geringfügige Verletzung der einzelnen Leptonenzahl nahe, aber die Gesamtleptonenzahl $L_e+L_\mu+L_\tau$ ist weiterhin eine strenge Erhaltungsgröße.

Hadronen

Baryonen bestehen aus 3 Quarks, ihre Antiteilchen aus 3 Antiquarks

Baryonenzahl = Zahl der Baryonen minus Zahl der Antibaryonen ist stets erhalten (Proton zerfällt nicht).

Mesonen bestehen aus 1 Quark und 1 Antiquark, beim Meson/Antimeson ist das schwerere Quark positiv/negativ. Die Anzahl der Mesonen ist keine Erhaltungsgröße.

Quarks (aktueller Stand)

$$u \quad c \quad t \quad (Q = +2/3)$$

$$d \quad s \quad b \quad (Q = -1/3)$$

Antiquarks

$$\bar{u} \quad \bar{c} \quad \bar{t} \quad (Q = -2/3)$$

$$\bar{d} \quad \bar{s} \quad \bar{b} \quad (Q = +1/3)$$

Namen: up, down, charm, strange, bottom (beauty), top.

Flavor-Quantenzahlen (Quark-Zusammensetzung) sind bei starker Wechselwirkung erhalten, bei schwacher Wechselwirkung verletzt

$s : S = -1$	$\bar{s} : S = +1$	Strangeness
$c : C = +1$	$\bar{c} : C = -1$	Charm
$b : B = -1$	$\bar{b} : B = +1$	Bottomness
$t : T = +1$	$\bar{t} : T = -1$	Topness

Bis 1974 waren nur $u, d,$ und s bekannt. In diesem Jahr wurde am Brookhaven Lab das elektrisch neutrale J -Teilchen und wenige Tage später bei SLAC das ψ -Teilchen entdeckt. Beide stellten sich als dasselbe Teilchen heraus, das bis heute den Namen J/ψ trägt. Es ist ein "Charmonium"-Zustand, bestehend aus c -Quark und c -Antiquark. 1977 wurde das $Y(1S)$, ein Bottomium-Zustand entdeckt, und 1995 schließlich das t -Quark.

1947:	K^+	$(u\bar{s})$	494 MeV
1974:	J/ψ	$(c\bar{c})$	3097 MeV
1977:	$Y(1S)$	$(b\bar{b})$	9460 MeV

Es gibt Baryonen mit drei gleichartigen Quarks , obwohl sie Spin-1/2-Teilchen (Fermionen) sind, z.B. die drei "Ecken" des Spin-3/2-Dekupletts:

$$\Delta^- (ddd) \quad \Delta^{++} (uuu) \quad \Omega^- (sss)$$

Dies gab Anlass zur Definition einer neuen Quantenzahl , der "Farbladung" (color) der Quarks: red, green, blue. Die Farbladung ist eine Eigenschaft der Teilchen wie die elektrische Ladung, existiert aber in drei Varianten. Außerdem sind alle beobachtbaren Teilchen (Baryonen und Mesonen) "farblos", d.h. ihre Quarks haben entweder eine Farbe plus die entsprechende Antifarbe (Mesonen) oder sie haben drei verschiedene Farben (Baryonen).

Die Wellenfunktion eines Baryons muss insgesamt antisymmetrisch sein (Fermion), daher sind für Spin-3/2-Baryonen drei gleiche Quarks erlaubt, für Spin-1/2-Baryonen nicht.

$$\psi = \psi(space) \cdot \psi(spin) \cdot \psi(flavor) \cdot \psi(color)$$

$\psi(space)$: die räumliche Wellenfunktion ist für Bahndrehimpuls $l = 0$ (was hier der Fall ist) symmetrisch

$\psi(color)$: die Farbwellenfunktion stellt sich für "farblose" Baryonen stets als antisymmetrisch heraus

$$\psi(color) = (rgb - rbg + gbr - grb + brg - bgr) / \sqrt{6}$$

Wenn das so ist, muss das Produkt aus Spin- und Flavor-Wellenfunktion immer symmetrisch sein

$\psi(spin)$: die Spinwellenfunktion ist für Gesamtspin 1/2 antisymmetrisch, für 3/2 symmetrisch (alle Spins in gleicher Richtung)

$\psi(flavor)$: die Flavor-Wellenfunktion kann symmetrisch oder antisymmetrisch sein, z.B. Mesonen mit u und d

(Isospin-Triplett: Pionen)	$+1 \quad 1 \ 1\rangle = -u\bar{d}$	(Isospin-Singlett: ρ^0 -Teilchen)
$T = 1, \quad T_z = 0$	$ 1 \ 0\rangle = (u\bar{u} - d\bar{d}) / \sqrt{2}$	$T = 0 \quad T_z = 0 \quad 0 \ 0\rangle = (u\bar{u} + d\bar{d}) / \sqrt{2}$
	$-1 \quad 1 \ -1\rangle = d\bar{u}$	

und entsprechend komplizierter bei den Baryonen mit 3 Quarks. Bei drei gleichen Quarks kann die Flavor-Wellenfunktion aber nur symmetrisch sein (Austausch zweier Quarks kann das Vorzeichen nicht umdrehen), so dass die Spin-Wellenfunktion auch symmetrischer sein muss (Spin 3/2).

5.3 Relativistische Kinematik

Wie entdeckt man neue Teilchen?

Langlebige Teilchen kann man als Spur in einer Nebelkammer oder sonstigen Detektoren (Driftkammer etc.) direkt beobachten, ihren Impuls bestimmen und ihre Energie in einem Kalorimeter messen. Teilchen mit einer typischen Lebensdauer von 10^{-23} s durchfliegen jedoch nicht einmal einen Nukleondurchmesser, bevor sie zerfallen. Die einzigen in Teilchenexperimenten direkt beobachteten Teilchen sind: $p, n, \pi, K, e, \mu, \gamma$ + ggf. deren Antiteilchen. Alle anderen Teilchen müssen "rekonstruiert" werden.

Relativistischer Energiesatz für ein Teilchen: $E^2 = m_0^2 c^4 + \vec{p}^2 c^2 \quad m_0^2 c^2 = \left(\frac{E}{c}\right)^2 - p_x^2 - p_y^2 - p_z^2$

Die Ruhemasse hat in jedem Bezugssystem denselben Wert, sie ist "invariant" unter Lorentz-Transformationen.

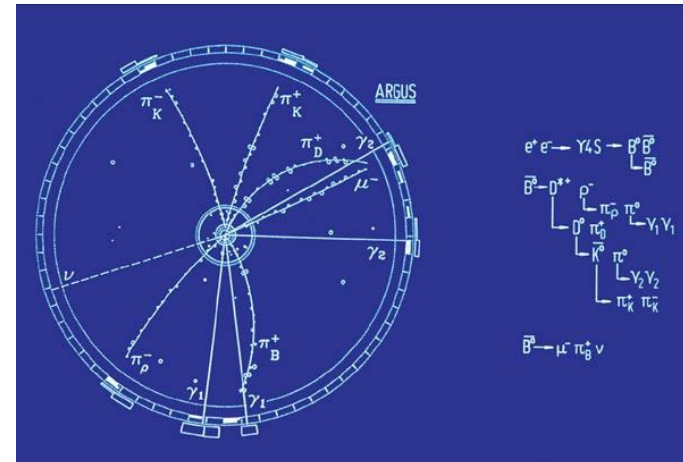
Viele Teilchen: $m_0^2 c^2 = \left(\sum_i \frac{E_i}{c}\right)^2 - \left(\sum_i \vec{p}_i\right)^2$ ist ebenfalls invariant (sog. "invariante Masse"·c zum Quadrat).

Da Energie und Impuls beim Zerfall eines Teilchens in andere Teilchen erhalten bleiben, ist seine Ruhemasse gleich der invarianten Masse, die man aus der Summe der Energien und Impuls der Zerfallsteilchen erhält.

Bei der Suche nach neuen Teilchen sucht man also nach Ereignissen mit ähnlicher invarianter Masse.

Praktische Schwierigkeiten:

- eindeutige Zuordnung von Teilchenspuren zu einem gemeinsamen Zerfallsereignis ("kombinatorischer Untergrund")
- Neutrinos werden nicht beobachtet
- andere Teilchen werden nicht beobachtet, z.B. weil der Raumwinkel des Detektors $< 4\pi$ ist



Beispiel für ein "Ereignis" im ARGUS-Detektor am e^+e^- -Ring DORIS 1987: Die Entdeckung von Quark-Mischungen an B -Mesonen. Ein neutrales B -Meson ist in sein Antiteilchen übergegangen (DESY, Hamburg).

Übliche Schreibweise: Energie und Impuls als Vierervektor ("Viererimpuls") $P \equiv \left(\frac{E}{c}, p_x, p_y, p_z \right)$

(Viererimpulse werden im Folgenden groß geschrieben)

Man definiert ein "Skalarprodukt" mit der Besonderheit, dass die drei letzten Terme ein Minuszeichen erhalten. Das Ergebnis ist eine Invariante:

$$P \cdot P \equiv \frac{E^2}{c^2} - p_x^2 - p_y^2 - p_z^2 = m_0^2 c^2$$

Das funktioniert auch mit anderen Größen, die man in der Relativitätstheorie als Vierervektor schreiben kann, z.B. Zeit und Ort (ct, x, y, z), aber die Schreibweise variiert: Manchmal erhält der erste Term das Minuszeichen, manchmal wird das Minuszeichen durch Einfügen von i erzwungen. Oft erhalten Vierervektoren einen Index und die "Einsteinsche Summenkonvention" besagt, dass über doppelt vorkommende Indizes summiert wird, z.B.

$$P_\mu \cdot P^\mu \equiv \frac{E^2}{c^2} - p_x^2 - p_y^2 - p_z^2$$

Skalarprodukt des Viererimpulses ist invariant

- zu verschiedenen Zeiten z.B. vor und nach der Reaktion
- in verschiedenen Systemen z.B. Laborsystem und Schwerpunktssystem

Rechenbeispiel: Ein ruhenden negatives Pion zerfällt in ein negatives Myon und ein Neutrino. Wie groß ist die Geschwindigkeit des Myons? Wenn man Energie und Impuls des Myons weiß, ist es einfach:

$$p_\mu = m_\mu \gamma_\mu v_\mu \quad E_\mu = m_\mu \gamma_\mu c^2 \quad \rightarrow \quad \frac{v_\mu}{c^2} = \frac{p_\mu}{E_\mu} \quad v_\mu = \frac{p_\mu}{E_\mu} c^2$$

Energie: $P_v = P_\pi - P_\mu; \quad P_v^2 = P_\pi^2 + P_\mu^2 - 2P_\pi P_\mu$

$$0 = m_\pi^2 c^2 + m_\mu^2 c^2 - 2 \frac{E_\pi}{c} \frac{E_\mu}{c} = m_\pi^2 c^2 + m_\mu^2 c^2 - 2m_\pi E_\mu; \quad E_\mu = \frac{m_\pi^2 + m_\mu^2}{2m_\pi} c^2$$

Impuls: $P_\mu = P_\pi - P_v; \quad P_\mu^2 = P_\pi^2 + P_v^2 - 2P_\pi P_v$

$$m_\mu^2 c^2 = m_\pi^2 c^2 + 0 - 2 \frac{E_\pi}{c} \frac{E_v}{c} = m_\pi^2 c^2 - 2m_\pi E_v; \quad E_v = p_v c = p_\mu c = \frac{m_\pi^2 - m_\mu^2}{2m_\pi} c^2$$

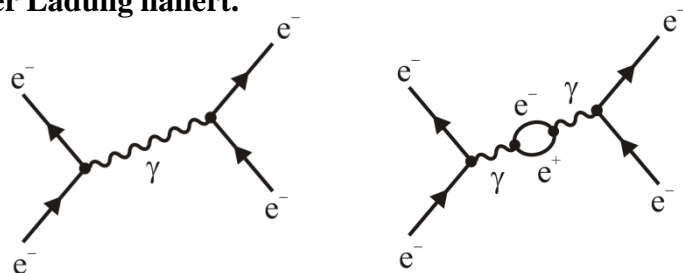
Geschwindigkeit (oben eingesetzt):

$$v_\mu = \frac{p_\mu}{E_\mu} c^2 = \frac{m_\pi^2 - m_\mu^2}{m_\pi^2 + m_\mu^2} c$$

5.4 Wechselwirkungen und Austauscheteilchen

Elektromagnetische Wechselwirkung

Austauschteilchen ist das masselose Photon (ein Boson), die **Kopplungskonstante ist $\alpha \approx 1/137$** . Neben dem einfachen Graphen gibt es beliebig viele andere, die ebenfalls berücksichtigt werden müssen, z.B. zusätzliche Elektron-Positron-Schleifen oder Abstrahlung eines Photons. Mit zunehmender Zahl von Vertizes wird ihr Beitrag aber wegen $\alpha \approx 1/137$ immer kleiner. Es gibt jedoch einen Abschirmeffekt der zusätzlichen virtuellen Teilchen, die wie ein Dielektrikum wirken ("Vakuumpolarisation"): die uns bekannte Elementarladung ist eine "effektive" Ladung, die größer wird, wenn man sich der Ladung nähert.



Starke Wechselwirkung

Austauschteilchen sind sogenannte Gluonen (ebenfalls Bosonen), die sich erheblich von Photonen unterscheiden. Während das Photon neutral ist, **tragen Gluonen eine Farbladung und eine Antiladung**.

Bei drei Farben sollte es neun verschiedene Gluonen geben.

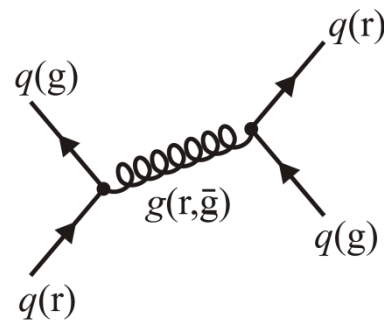
Aus gruppentheoretischen Gründen sind es nur acht:

$$|r\bar{g}\rangle \quad |g\bar{r}\rangle \quad |b\bar{r}\rangle \quad |r\bar{b}\rangle \quad |g\bar{b}\rangle \quad |b\bar{g}\rangle \quad \frac{|r\bar{r}\rangle - |g\bar{g}\rangle}{\sqrt{2}} \quad \frac{|r\bar{r}\rangle + |g\bar{g}\rangle - 2|b\bar{b}\rangle}{\sqrt{6}}$$

Das erste Gluon wird z.B. von einem roten Quark emittiert (das dabei grün wird) und kann von einem grünen Quark absorbiert werden (das dabei rot wird), u.s.w. Außerdem können Gluonen (im Gegensatz zu Photonen) mit anderen Gluonen reagieren.

Ein weiterer Unterschied ist die **starke Kopplungskonstante $\alpha_s \approx 1$** . Das bedeutet, dass Feynman-Graphen mit zunehmender Ordnung nicht unwichtiger werden. Hier gibt es gegenläufige Abschirmeffekte, die insgesamt bewirken, dass die **Wechselwirkung mit zunehmendem Abstand stärker ("confinement") wird**, während sie bei **kleinen Abständen quasi verschwindet ("asymptotische Freiheit" der Quarks)**. Es gibt keine freien Quarks. Beim Versuch, ein Quark aus dem Verband eines Baryons oder Mesons herauszulösen, entsteht statt dessen ein neues Quark-Antiquark-Paar.

Leptonen besitzen keine Farbladung und werden von der starken Wechselwirkung nicht beeinflusst.



Schwache Wechselwirkung

Austauschteilchen sind Bosonen, die im Gegensatz zu Photon und Gluonen

- eine Masse besitzen und
- z.T. eine elektrische Ladung tragen.

Diese Teilchen wurden 1983 am SPS/CERN in Proton-Antiproton-Kollisionen direkt nachgewiesen (C. Rubbia et al.).

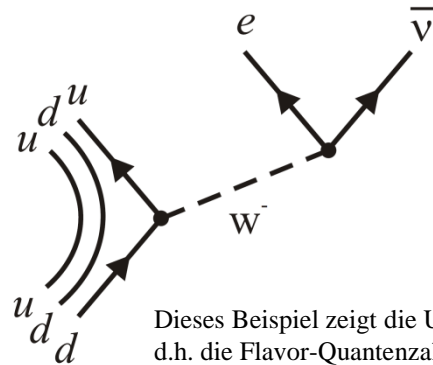
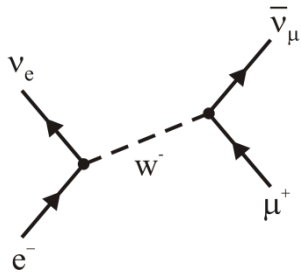
W^\pm	80,4 GeV
Z^0	91,2 GeV



Carlo Rubbia (*1934)

Alle Teilchen werden von der schwachen Wechselwirkung beeinflusst. Beim Austausch eines W-Bosons ändern die Teilchen ihre Ladung, beim Austausch eines Z-Bosons bleiben sie - wie beim Photonenaustausch - gleich.

Auch W- und Z-Bosonen können (im Gegensatz zu Photonen) miteinander reagieren.



Dieses Beispiel stellt eine Wechselwirkung zwischen einem Elektron und einem Anti-Myon dar, bei dem ein Elektron-Neutrino und ein Myon-Antineutrino entsteht. An jedem Vertex des Graphen bleibt die Ladung und die jeweilige Leptonenzahl erhalten.

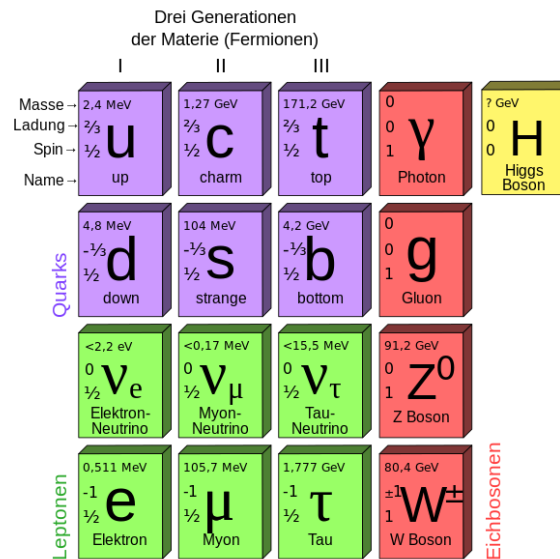
Dieses Beispiel zeigt die Umwandlung eines d-Quark in ein u-Quark, d.h. die Flavor-Quantenzahl (die bei der starken Wechselwirkung erhalten bliebe) ändert sich. Aus dem W-Boson wird ein Elektron und ein Antineutrino. Neben dem dem d-Quark ist noch ein weiteres d- und ein u-Quark als Zuschauer (*spectator quark*) beteiligt. Dies könnte also der β^- -Zerfall eines Neutrons sein.

Die Kopplung zwischen den Quarks wird durch die Cabibbo-Kobayashi-Masukawa-Matrix (CKM) beschrieben:

$$\begin{pmatrix} u' \\ c' \\ t' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,975 & 0,226 & 0,004 \\ 0,226 & 0,973 & 0,042 \\ 0,009 & 0,041 & 0,999 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}$$

Mittelwerte mit z.T. großer Unsicherheit. Die präzise Vermessung der CKM-Matrix-Elemente ist ein wichtiges Forschungsziel der Elementarteilchenphysik.

Damit ergibt sich das "Standardmodell der Elementarteilchen":



(Wikipedia, Authors: MissMJ, Polluks)

Anmerkung: Symmetrien

Im Jahr 1918 wurde von E. Noether folgendes Theorem formuliert:

- Aus der Zeitinvarianz folgt der Energieerhaltungssatz
- Aus der Translationsinvarianz folgt der Impulserhaltungssatz
- Aus der Rotationsinvarianz folgt der Drehimpulserhaltungssatz

Symmetrien spielen auch in der Elementarteilchenphysik eine wichtige Rolle:

Parität P:

Die Symmetrie gegenüber Punktspiegelung (Umkehrung aller Koordinaten) wird durch die schwache Wechselwirkung verletzt, z.B.

- β -Zerfall von ^{60}Co (C.-S, Wu 1956): Elektronen werden entgegen der Richtung des Kernspin emittiert, der gespiegelte Vorgang existiert in der Natur nicht.
- Neutrinos sind "linkshändig" (Spinrichtung entgegen der Bewegungsrichtung), Antineutrinos sind rechtshändig

Ladungskonjugation C:

Die Symmetrie gegenüber der Vertauschung des Vorzeichens der elektr. Ladung wird ebenfalls durch die schwache Wechselwirkung verletzt.

Von besonderem Interesse ist auch die

CP-Invarianz:

Die Symmetrie gegenüber Spiegelung und Ladungsvertauschung ist ebenfalls verletzt, z.B. in Zerfällen von Kaonen, D- und B-Mesonen. Ein Zusammenhang mit der Dominanz von Materie gegenüber Antimaterie im Universum wird vermutet (A. Scharow 1960).

Zeitumkehr T:

Die Symmetrie gegenüber der Umkehr der Zeitachse wurde ebenfalls nachgewiesen. Bislang wurde keine Verletzung der CPT-Invarianz beobachtet.



Emmy Noether (1882-1935)



Chien-Shiung Wu (1912-1997)