

## 2.3 Eigenschaften des Photons

### Existenz des Photons

- Spektrum des schwarzen Körpers
- photoelektrischer Effekt
- Compton-Effekt (Photon-Elektron-Streuung, später)
- direkt nachweisbar (z.B. Photomultiplier, Photodioden)

**Energie**  $E = h \cdot \nu = \hbar \cdot \omega = \frac{h \cdot c}{\lambda} = \frac{\hbar \cdot c}{\tilde{\lambda}} = \hbar \cdot k \cdot c$  mit  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$

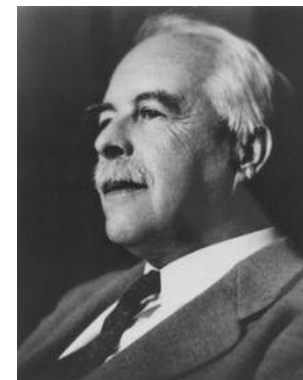
**Photonenzahl**  $n = \frac{w}{h \cdot \nu} = \frac{I}{c \cdot h \cdot \nu}$  Photonendichte = Energiedichte /  $h\nu$   
= Leistungsdichte /  $c h\nu$

**Impuls**  $p = \frac{E}{c} = \frac{h \cdot \nu}{c} = \frac{\hbar \cdot \omega}{c} = \hbar \cdot k$   $\vec{p} = \hbar \cdot \vec{k}$

**Masse**  $m_0 = 0$   $E = \sqrt{m_0 \cdot c^4 + p^2 \cdot c^2} = p \cdot c$   
 $m = \frac{E}{c^2} = \frac{h \cdot \nu}{c^2}$  formale Zuweisung einer Masse ist für die Arbeit in einem Gravitationspotenzial relevant

$W = m \cdot \Delta\phi = h \cdot \Delta\nu$  **Experiment:**  
 $\Delta\nu/\nu \approx 2,5 \cdot 10^{-15}$  bei 23 m Höhendifferenz  
R.V. Pound and G. A. Rebka,  
Phys. Rev. Lett. 4 (1960), 337.

**Drehimpuls ("spin")**  $\vec{s} = \pm \hbar \cdot \vec{e}_k$  für rechts/links zirkulare Polarisation

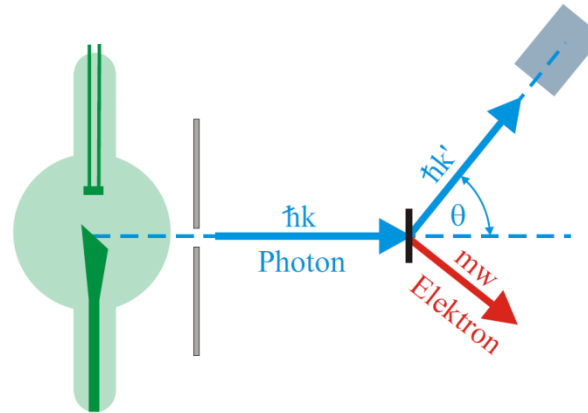


Gilbert N. Lewis  
(1875 - 1946)  
prägte 1926 den Begriff  
"Photon"



Albert Einstein 1951 an  
Michele Besso:  
*„Die ganzen 50 Jahre  
bewusster Grübeleien haben  
mich der Antwort der Frage  
, Was sind Lichtquanten ‘  
nicht näher gebracht. Heute  
glaubt zwar jeder Lump, er  
wisse es, aber er täuscht  
sich...“*

## Der Compton-Effekt



Arthur Compton  
(1892 - 1962)

### Energiesatz

$$h \cdot \nu = h \cdot \nu' + E_{kin} = h \cdot \nu' + m_0 \cdot \gamma \cdot c^2 - m_0 \cdot c^2$$

$$m_0^2 \cdot \gamma^2 \cdot c^4 = \{h \cdot (\nu - \nu') + m_0 \cdot c^2\}^2 = h^2 \cdot (\nu - \nu')^2 + m_0^2 \cdot c^4 + 2m_0 \cdot c^2 \cdot h \cdot (\nu - \nu')$$

$$m_0^2 \cdot c^4 \cdot (\gamma^2 - 1) = m_0^2 \cdot c^4 \cdot \left( \frac{1}{1 - \beta^2} - 1 \right) = m_0^2 \cdot c^4 \cdot \frac{\beta^2}{1 - \beta^2} = m_0^2 \cdot \gamma^2 \cdot c^2 \cdot w^2$$

$$= h^2 \cdot (\nu - \nu')^2 + 2m_0 \cdot c^2 \cdot h \cdot (\nu - \nu') = h^2 \cdot (\nu^2 + \nu'^2 - 2\nu \cdot \nu') + 2m_0 \cdot c^2 \cdot h \cdot (\nu - \nu') \quad \text{(I)}$$

### Impulssatz

$$\hbar \cdot \vec{k} = \hbar \cdot \vec{k}' + m_0 \cdot \gamma \cdot \vec{w}$$

$$m_0^2 \cdot \gamma^2 \cdot c^2 \cdot w^2 = \hbar^2 \cdot c^2 \cdot (k^2 + k'^2 - 2k \cdot k' \cdot \cos \theta) = h^2 \cdot (\nu^2 + \nu'^2 - 2\nu \cdot \nu' \cdot \cos \theta) \quad \text{(II)}$$

### (I) und (II) gleichgesetzt

$$-h^2 \cdot 2\nu \cdot \nu' + 2m_0 \cdot c^2 \cdot h \cdot (\nu - \nu') = -h^2 \cdot 2\nu \cdot \nu' \cdot \cos \theta$$

$$\frac{\nu - \nu'}{\nu \cdot \nu'} = \frac{h}{m_0 \cdot c^2} \cdot (1 - \cos \theta); \quad \lambda \cdot \lambda' \frac{c/\lambda - c/\lambda'}{c^2} = \frac{h}{m_0 \cdot c^2} \cdot 2 \sin^2 \frac{\theta}{2} \quad \rightarrow$$

### Compton-Streuformel

$$\lambda_c \equiv \frac{h}{m_0 \cdot c}$$

$$\lambda' - \lambda = 2\lambda_c \cdot \sin^2 \frac{\theta}{2}$$

## Compton-Wellenlänge $\lambda_c$

- gilt für alle Elektronen (hängt nur von  $m_0$  ab)
- gleich der Wellenlängendifferenz bei  $\theta = 90^\circ$

## Intensität von Licht

- im Wellenbild

$$I = \varepsilon_0 \cdot c \cdot E^2 \quad [I] = \frac{\text{A} \cdot \text{s}}{\text{V} \cdot \text{m}} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \frac{\text{V}^2}{\text{m}^2} = \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

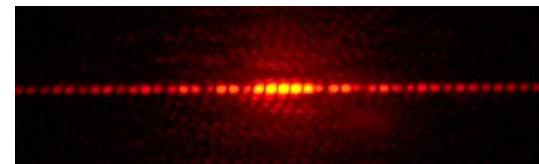
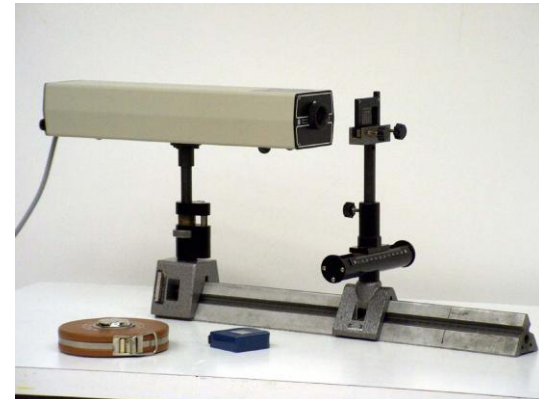
- im Teilchenbild

$$I = n \cdot c \cdot h \cdot \nu \quad [I] = \frac{1}{\text{m}^3} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \frac{\text{J} \cdot \text{s}}{\text{s}} = \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

$$E^2 = n \frac{c \cdot h \cdot \nu}{\varepsilon_0 \cdot c} \quad \rightarrow \quad E = \sqrt{n \frac{h \cdot \nu}{\varepsilon_0}}$$

## Beugung von Licht, z.B. Doppelspalt

- Abstand der Maxima durch Spaltabstand gegeben
- je schmaler die Spalte, desto breiter die Verteilung
- typische Welleneigenschaft
- bei geringer Intensität zunächst Punktmuster (Photonen), das aber nach längerer Zeit das Beugungsbild ergibt



Doppelspaltexperiment  
mit He-Ne-Laser

## 2.4 Welle-Teilchen-Dualismus

### Auch für Teilchen?

Analog zu den Photonen  $\vec{p} = \hbar \cdot \vec{k}$  auch für Teilchen, z.B. Elektronen

$$\lambda = \frac{2\pi}{|\vec{k}|} = \frac{h}{p}$$

**De-Broglie-Wellenlänge**



Louis de Broglie  
(1892 - 1987)

1924 Dissertation von L. de Broglie

1926 Beugungsringe für Elektronen hinter einer Folie beobachtet (C. J. Davisson, L. H. Germer)

### Materiewellen, Wellenfunktion

$$\psi(x, t) = C \cdot e^{i(\omega t - k \cdot x)} = C \cdot e^{i(E t - p \cdot x)/\hbar} \quad E_{kin} = \hbar \cdot \omega \quad p = \hbar \cdot k$$

**Phasengeschwindigkeit**  $v_{ph} = \frac{\omega}{k} = \frac{E}{p} = \frac{m \cdot v^2}{2} \cdot \frac{1}{m \cdot v} = \frac{v}{2}$

**Gruppengeschwindigkeit**  $v_g = \frac{d\omega}{dk} = \frac{d}{dk} \left( \frac{p^2}{2m \cdot \hbar} \right) = \frac{d}{dk} \left( \frac{\hbar^2 k^2}{2m \cdot \hbar} \right) = \frac{\hbar \cdot k}{m} = \frac{p}{m} = v$

**Dispersion**  $v_{ph} \neq v_g = v$  **Teilchengeschwindigkeit = Gruppengeschwindigkeit: Wellenpakete**

**Kopenhagener Deutung (1927)**

## Kopenhagener Deutung (1927)

### Wahrscheinlichkeitsinterpretation

$$|\psi(x, t)|^2 dx \quad \text{mit} \quad \int_{x=-\infty}^{\infty} |\psi(x, t)|^2 dx = 1$$



Max Born  
(1882 - 1970)



Werner Heisenberg  
(1901 - 1976)



Niels Bohr  
(1885 - 1962)

ist die Wahrscheinlichkeit, ein Teilchen zur Zeit  $t$  an einem Ort zwischen  $x$  und  $x+dx$  anzutreffen. Wo sich das Teilchen bei einer Messung befinden wird, kann (nach der Kopenhagener Deutung) prinzipiell nicht vorhergesagt werden.

### Alternative Deutungen

- es gibt unbekannte "verborgene Variablen", die den Ort des Teilchens festlegen (David Bohm)
- verschiedene Messergebnisse in verschiedenen "Welten" realisiert (Viele-Welten-Theorie)