

Kernspaltung

Unter welchen Bedingungen könnte ein Atomkern spontan spalten? Nach dem Tröpfchenmodell nimmt mit zunehmender Deformation ε der Betrag seiner Oberflächenenergie zu und der Betrag seiner Coulomb-Energie ab. Näherungsweise gilt für die Oberfläche S eines Rotationsellipsoiden mit Halbachsen a und b

$$a \cdot b^2 = R^3 \quad \begin{matrix} a = R \cdot (1 + \varepsilon) \\ b = R / \sqrt{1 + \varepsilon} \end{matrix} \quad S \approx 4\pi \cdot R^2 \left(1 + \frac{2}{5} \varepsilon^2 + \dots \right)$$

und für die Oberflächen- bzw. Coulomb-Energie $E_S \propto r^2 \approx E_{S,0} \cdot \left(1 + \frac{2}{5} \varepsilon^2 \right)$

$$E_C \propto \frac{1}{r} \approx E_{C,0} \cdot \left(1 - \frac{1}{5} \varepsilon^2 \right)$$

Daraus ergibt sich die Bedingung

$$\frac{1}{5} \varepsilon^2 E_{C,0} > \frac{2}{5} \varepsilon^2 E_{S,0} \quad \rightarrow \quad E_{C,0} > 2 \cdot E_{S,0} \quad \text{oder} \quad X_S = \frac{E_{C,0}}{2 \cdot E_{S,0}} > 1 \quad (\text{sog. Spaltparameter})$$

Mit den Ausdrücken und empirischen Parametern aus dem Tröpfchenmodell:

$$X_S = \frac{a_C \cdot Z^2 \cdot A^{-1/3}}{2a_S \cdot A^{2/3}} = \frac{a_C \cdot Z^2}{2a_S \cdot A} = \frac{0,71 \text{ MeV} \cdot Z^2}{2 \cdot 18,3 \text{ MeV} \cdot A} > 1 \quad \rightarrow \quad \frac{Z^2}{A} > 51$$

Solche Kerne (Z um 100 und A um 200) existieren in der Natur nicht, weil sie spontan zerfallen würden. Einige Kerne nahe unterhalb dieser Schwelle können durch Tunneleffekt zerfallen (wobei der α -Zerfall wahrscheinlicher ist). Man kann die Schwelle aber auch durch Stöße mit leichten Kernen oder Teilchen überwinden (stoßinduzierte Spaltung), z.B. auch durch langsame Neutronen (keine Coulomb-Barriere).

Mit der stoßinduzierten Spaltung schwerer Kerne kann Energie gewonnen werden, weil deren mittlere Bindungsenergie pro Nukleon geringer ist als die der leichteren Spaltfragmente.

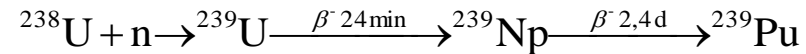
Auch durch Fusion leichter Kerne kann Energie gewonnen werden, aber dazu muss die Coulomb-Barriere überwunden werden, entweder durch hinreichend hohe Energie oder durch den Tunneleffekt.

Kernspaltung von Uran

Die stoßinduzierte Spaltung schwerer Elemente ist exotherm, weil die Bindungsenergie pro Nukleon für die Spaltfragmente höher ist (Maximum bei $A \approx 60$). Hier ist insbesondere die Spaltung von Uran-Isotopen durch Neutronenbeschuss von praktischer Relevanz. Man kann sich den Prozess als Einfang eines Neutrons vorstellen, wobei der so entstandene Kern (im Bild des Tröpfchensmodells) schwingt und an einer Einschnürung ungefähr in der Mitte zerreißt.

Das häufigste Uranisotop ist der g-g-Kern ^{238}U (Z gerade, N gerade, 99,27 %) , der durch Neutroneneinfang zu einem g-u-Kern wird. Die freiwerdende Bindungsenergie reicht nicht zur Spaltung, sondern das Neutron muss zusätzlich ca. 1 MeV an kinetischer Energie beitragen.

Das Isotop ^{235}U (0,72 %) dagegen kann auch mit langsamen Neutronen gespalten werden. Der Spaltungs-Wirkungsquerschnitt nimmt sehr stark mit der Neutronenenergie ab (bei 1 MeV Faktor 1000 kleiner als für "thermische" Neutronen bei einigen 10 meV), so dass ^{235}U wesentlich besser spaltbar ist als ^{238}U . Aus diesem Grund wird Uran "angereichert", d.h. sein Gehalt an ^{235}U gegenüber dem natürlichen Vorkommen erhöht. Ähnliches gilt für Plutonium-Isotope mit ungerader Massenzahl, die in der Natur praktisch nicht vorkommen. Das Isotop ^{239}Pu entsteht in Kernkraftwerken aus ^{238}U :



Kernfusion

Die Fusion leichter Elemente ist exotherm. Dazu müssen sich die Kerne quasi berühren, d.h. die Coulomb-Barriere muss durch ein genügend hohe kinetische Energie oder durch Tunneleffekt überwunden werden. Kinetische Energie (r_1 und r_2 sind die jeweiligen Reichweiten der Kernkräfte vom Kernmittelpunkt \approx Radien) :

$$E_{kin} \geq \frac{1}{4\pi \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{Z_1 \cdot Z_2 \cdot e^2}{r_1 + r_2}$$

Im Inneren der Sonne entsteht hauptsächlich aus Wasserstoff über einen mehrstufigen Prozess über Be, B und Li schließlich ^4He (p-p-Kette). In anderen Sternen fusioniert Wasserstoff zunächst mit ^{12}C und bildet über N und O ebenfalls ^4He (CNO- oder Bethe-Weizsäcker-Zyklus). Im Stätstadium der Sternentwicklung gibt es (je nach Masse des Sterns) Fusionsprozesse, die zu schwereren Elementen bis Fe führen (Heliumbrennen erzeugt ^{12}C , Sauerstoffbrennen erzeugt u.a. ^{28}Si , Siliziumbrennen erzeugt u.a. ^{56}Fe , u.s.w.). Noch schwerere Elemente entstehen nur in Supernova-Explosionen.

3.7 Anwendungen der Kernphysik: Energiegewinnung durch Kernspaltung

Freierwerdende Energie bei der Spaltung eines ^{235}U -Kerns:

167 MeV kin. Energie der Spaltprodukte

6 MeV kin. Energie der Neutronen

7 MeV Photonen, die während der Spaltung entstehen (γ -Strahlung)

6 MeV Photonen aus dem Zerfall der Spaltprodukte

5 MeV Elektronen aus dem β^- -Zerfall der Spaltprodukte

10 MeV Antineutrinos aus dem β^- -Zerfall der Spaltprodukte

201 MeV Summe

Chemische Verbrennung: wenige eV.

Kettenreaktion

Bei der Spaltung eines Urankerns durch Beschuss mit einem Neutron werden 2-3 Neutronen freigesetzt, die ihrerseits wieder Urankerne spalten können. Die Zahl solcher Reaktionen pro Zeiteinheit kann exponentiell anwachsen (Kernwaffe), oder durch eine Regelung von Neutronenenergie und -fluss konstant gehalten werden (Reaktor).

Wirkungsquerschnitt für die Spaltung von ^{235}U mit Neutronen $\sigma \propto \frac{1}{\sqrt{E_{kin}}}$ plus Resonanzen im Bereich 10-800 eV.

Um eine Kettenreaktion aufrecht zu erhalten, müssen Neutronen, die mit kinetischen Energien im MeV-Bereich entstehen, verlangsamt ("moderiert") werden. Als Moderatoren werden Materialien verwendet (Wasser, schweres Wasser D_2O , Graphit), die leichte Kerne enthalten, bei denen also ein elastischer Stoß viel Energie überträgt, die andererseits möglichst wenige Neutronen absorbieren.

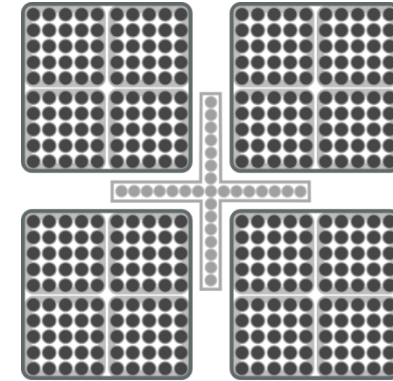
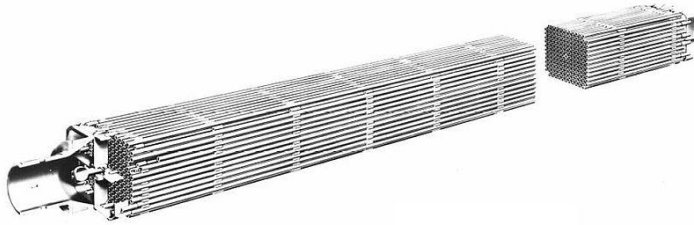
> 1 überkritisch

Vermehrungsfaktor der Neutronen $k = 1$ kritisch $k_\infty = \eta \cdot \varepsilon \cdot p \cdot f$ (Vierfaktorenformel)

< 1 unterkritisch

$\eta > 1$ ist die Zahl schneller Neutronen, die pro Neutron der vorhergehenden Generation erzeugt werden,
 $\varepsilon > 1$ berücksichtigt, dass die Neutronenzahl dadurch erhöht wird, dass schnelle Neutronen ^{238}U spalten,
 p ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein Neutron nicht durch Resonanz von einem U-Kern eingefangen wird,
 f ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein Neutron nicht vom Moderator absorbiert wird,
 der Index ∞ steht für die Näherung eines beliebig großen Reaktors (geometrische Entweichwahrscheinlichkeit 0)

Kernreaktoren



Typische Bauart in Deutschland

- i.d.R. inhomogener Reaktor: Kernbrennstoff und Moderator sind nicht vermischt, sondern räumlich getrennt
- Moderator ist das Wasser des primären Kühlkreislafs
- Druckwasserreaktor: geteiltes Kühlsystem, Wasser des Primärkreis fließt flüssig unter hohem Druck durch die Brennelemente, Wasser des Sekundärkreis verdampft und treibt eine Turbine an (wird mit Flusswasser gekühlt)

Kernbrennstoff

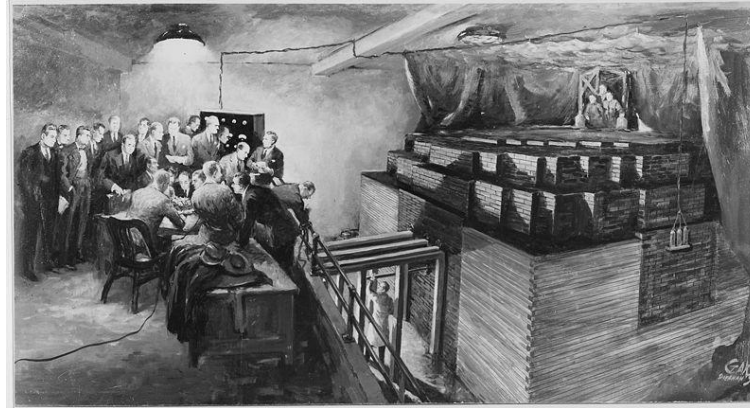
- Pellets mit 1 cm Durchmesser mit angereichertem Uranoxid oder Uran-/Plutoniumoxid-Mischung sind in einem Rohr aus Zirkon eingeschlossen ("Brennstab")
- mehrere (~100) Brennstäbe bilden ein "Brennelement" das von Kühlwasser durchströmt wird
- zwischen den Brennelementen sind bewegliche Steuerstäbe, die Neutronen absorbieren (Bor oder Cadmium)

Andere Reaktortypen

- graphitmoderierter Siedewasser-Reaktor (Beispiel Tschernobyl): Brennelemente zwischen Graphit als Moderator, z.T. verdampfendes Wasser treibt eine Turbine an. Potentielle Probleme: Graphit ist brennbar, verdampfendes Wasser verringert die Absorption thermischer Neutronen (positiver Kühlmittelverlustkoeffizient).
- Brutreaktor (Beispiel SNR-300 Kalkar): Spaltung von ^{238}U durch schnelle Neutronen (kein Moderator), erzeugt ^{239}Pu und ^{235}U . Flüssiges Natrium als Kühlmittel statt Wasser, das die Neutronen zu sehr verlangsamten würde.

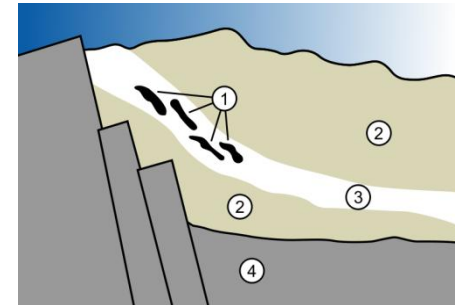


Erster von Menschen gebauter Kernreaktor 1942: The Chicago Pile CP-1
 unter einer Tribüne des ehem. Football-Stadiums Stagg Field der University of Chicago.
 Aufschichtung von Uran und Graphit mit manuell betätigten Cadmium-Steuerstäben.
 Leitung: Enrico Fermi.

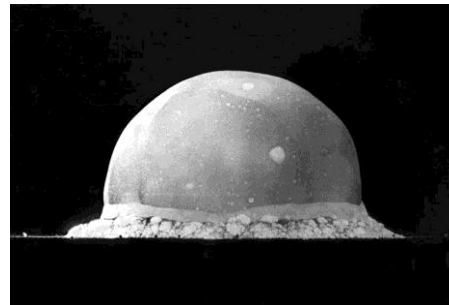


Enrico Fermi
 (1901 - 1954)

Natürlicher Kernreaktor vor ca. 2 Mrd. Jahren: Oklo/Gabun
 aus natürlichem Uranvorkommen mit eingesickertem Wasser als Moderator.
 Vor 2 Mrd. Jahren war der Anteil von ^{235}U in natürlichem Uran wesentlich höher
 als heute, so dass eine Kettenreaktion mit moderierten Neutronen entstehen
 konnte. Der Reaktor war ca. 500.000 Jahre aktiv, mittl. Leistung 100 kW.
 1972 durch die Anomalie der ^{235}U -Konzentration entdeckt: 0.717 statt 0.720%
 (erlaubt Rückschlüsse auf die zeitliche Konstanz von Naturkonstanten)



Erste Kernwaffenexplosion: Alamogordo 1945
"Trinity-Test " im Rahmen des Manhattan-Projekts
 Plutoniumbombe mit 21 kT TNT-Äquivalent
 (1 kT TNT = $4,18 \cdot 10^{12}$ J).



Mitte mit Hut: Robert Oppenheimer
 (1904 - 1967)

3.8 Anwendungen der Kernphysik: Energiegewinnung durch Kernfusion

Freiwerdende Energie bei der Fusion von ^2H und ^3H zu $^4\text{He} + \text{n}$:

3,5 MeV kin. Energie des ^4He

14,1 MeV kin. Energie des Neutrons

17,6 MeV Summe

Pro Masseneinheit des Brennstoffs höherer Energiegewinn, weniger radioaktiver Abfall.

Problematisch ist die hohe Temperatur, die zur Überwindung der Coulomb-Barriere erforderlich ist.

Ansätze:

- Einschluss eines Plasma in eine Anordnung von Magnetfeldern (Tokamak oder Stellarator)
- Trägheitseinschluss in ein Kügelchen, das mit einem Laser- oder Teilchenpuls beschossen wird.

Der Fusionsquerschnitt steigt ab einer kin. Energie von 10 keV an (entspricht 10^8 K Temperatur).

Bei diesen Temperaturen liegt Materie als **Plasma** vor, ein "Gas" aus Ionen und Elektronen. Teilchendichte:

$$d + t \rightarrow ^4\text{He} + \text{n} \quad n_d = n/2 \quad n_t = n/2 \quad n_e = n$$

Frei werdende Leistung $P_A = E_\alpha \cdot n_d \cdot n_t \cdot \langle \sigma \cdot v \rangle = \frac{n^2}{4} E_\alpha \cdot \langle \sigma \cdot v \rangle$ Wirkungsquerschnitt·Geschwindigkeit
= wirksames Volumen / Zeit

Aufgebrachte Leistung $P_V = (n_d + n_t + n_e) \frac{3}{2} kT / \tau_E = 3n \frac{kT}{\tau_E}$ therm. Energie / Einschlusszeit

→ **Lawson-Kriterium** $P_A > P_V \quad \rightarrow \quad n \cdot \tau_E > \frac{12k \cdot T}{E_\alpha \cdot \langle \sigma \cdot v \rangle}$ sinkt mit der Temperatur,
da σ und v mit der Temperatur steigt

"Zündparameter" $n \cdot kT \cdot \tau_E > 10^{21} \frac{\text{keV} \cdot \text{s}}{\text{m}^3}$

Experimente:

- Wendelstein 7-X in Greifswald: Stellarator, Start 2014
- ITER (Internat. Thermonucl. Exp. Reactor) in Cadarache/Frankreich: Tokamak, Start 2020 (?)
- NIF (National Ignition Facility) in Livermore/USA : Laserbasierte Trägheitsfusion, 2010 keine Zündung erreicht

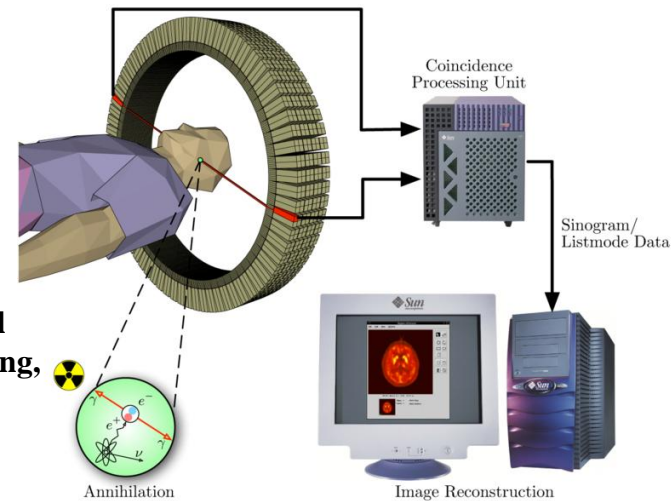
3.9 Medizinische Anwendungen der Kernphysik

Strahlentherapie

- überwiegend mit Beschleunigern

Diagnostik

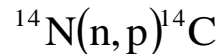
- Szintigraphie, insbesondere Schilddrüse mit Na^{131}I
- Positronen-Emissions-Tomographie, Krebsdiagnostik:
 β^+ -Strahler wird verabreicht (z.B. ^{18}F), und nimmt am Stoffwechsel teil, emittierte Positronen annihilieren mit Elektronen der Umgebung, zwei Photonen (511 keV) werden in entgegengesetzte Richtung ausgesandt und in Koinzidenz emittiert. Durch Aufnahme koinzidenter Photonen aus verschiedenen Richtungen wird mit mathematischen Methoden ein Schnittbild erzeugt. Die Halbwertszeit von ^{18}F beträgt 110 min, dieses und andere kurzlebige Radionuklide werden mit Zyklotrons erzeugt.



3.10 Radiometrische Altersbestimmung

z.B. Radiocarbon-Methode

Die kosmische Strahlung setzt in der oberen Atmosphäre Neutronen frei, die in tieferen Schichten auf Stickstoff treffen und ^{14}C erzeugen:



Dadurch gibt es ein bestimmtes Verhältnis von ^{14}C zu ^{12}C in der Biosphäre, u.a. in lebenden Organismen ($\sim 10^{-12}$). Wenn der Organismus stirbt und der Austausch mit der Umgebung unterbleibt, nimmt der ^{14}C -Anteil durch β^- -Zerfall mit einer Halbwertszeit von ca. 5730 Jahren ab. Durch Messung der Aktivität organischer Überreste (z.B. Holz) kann deren Alter bis ca. 60.000 Jahre datiert werden. Neben der Unsicherheit der Zählrate und der Halbwertsbreite ist das $^{14}\text{C}/^{12}\text{C}$ -Verhältnis Schwankungen unterworfen

- Fluktuation der kosmischen Strahlung (wechselnde Sonnenaktivität)
- Abnahme des Verhältnisses durch Verbrennung fossiler Brennstoffe
- Kernwaffentests (bis 1963 in der Atmosphäre)