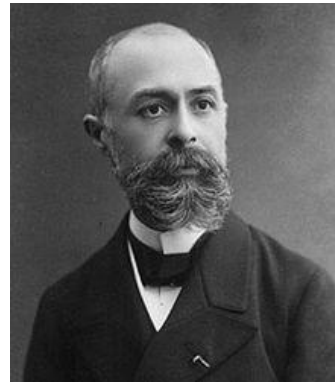


3.3 Radioaktivität

Entdeckung (Schwärzung von Fotoplaten)

- 1896 Uran (A.-H. Becquerel)
- 1898 Thorium, Radium, Polonium (M. & P. Curie)
- 1898 α - und β -Strahlung (E. Rutherford)
- 1900 γ -Strahlung (P. Villard)



Antoine-Henri Becquerel
(1852 - 1908)



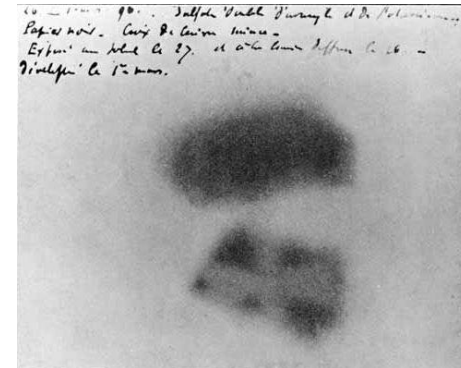
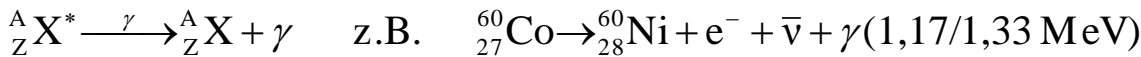
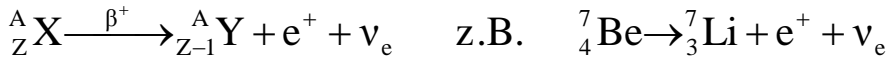
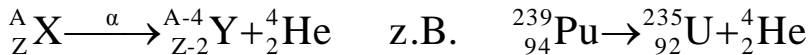
Marie Curie
(1867 - 1934)



Pierre Curie
(1859 - 1906)

Zerfallsarten

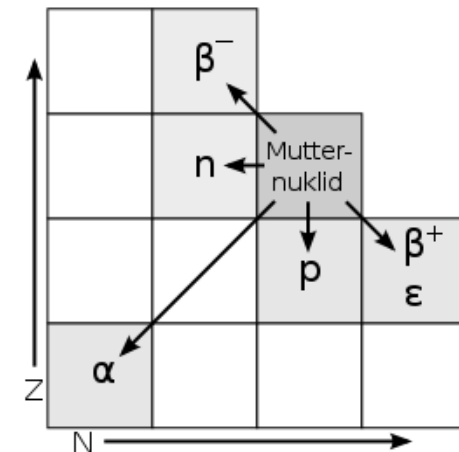
- Alpha-Zerfall: Emission von α -Teilchen (${}^4\text{He}$)
- Beta-Zerfall: Emission von Elektronen/Positronen + (Anti-)Neutrino
- Gamma-Strahlung: elektromagnetische Strahlung beim α - und β -Zerfall



Nuklidkarte

Darstellung aller Nuklide als Funktion von N und Z . Stabile Kerne folgen ungefähr einer Linie

$$Z = \frac{A}{1,98 + 0,0155 \cdot A^{2/3}}$$



(Wikipedia, Cepheiden)

Zerfallsgesetze

Ein Kern kann mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit λ pro Zeiteinheit spontan zerfallen, wenn dies energetisch möglich ist. Der Zeitpunkt des Zerfalls ist nicht vorhersagbar. Für ein Ensemble von N Kernen:

$$\frac{dN}{dt} = -\lambda \cdot N \quad \rightarrow \quad \int_{N_0}^{N(t)} \frac{1}{N} dN = -\lambda \int_0^t dt \quad \text{Exponentielles Zerfallsgesetz mit Zerfallskonstante } \lambda$$

$$\ln \frac{N(t)}{N_0} = -\lambda \cdot t$$

$$N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda t} = N_0 \cdot e^{-t/\tau}$$

$$t_{1/2} = \ln 2 \cdot \tau$$

Halbwertszeit

Aktivität $A(t) = -\frac{dN}{dt}$ (positive Zahl)

Zerfall eines Kerns mit Konstante λ_1 und des Tochterkerns mit λ_2 :

Ratengleichungen: $\frac{dN_1}{dt} = -\lambda_1 \cdot N_1$ $\frac{dN_2}{dt} = \lambda_1 \cdot N_1 - \lambda_2 \cdot N_2$ $\frac{dN_3}{dt} = \lambda_2 \cdot N_2$

2. Gl. mit $\exp(\lambda_2 t)$ erweitert: $\frac{dN_2}{dt} \cdot e^{\lambda_2 t} + \lambda_2 \cdot N_2 \cdot e^{\lambda_2 t} = \lambda_1 \cdot N_1 \cdot e^{\lambda_2 t} = \lambda_1 \cdot N_1(0) \cdot e^{(\lambda_2 - \lambda_1)t}$ Zerfallsgesetz für N_1

$$\frac{d}{dt} (N_2 \cdot e^{\lambda_2 t}) = \lambda_1 \cdot N_1(0) \cdot e^{(\lambda_2 - \lambda_1)t}$$

integriert: $N_2 \cdot e^{\lambda_2 t} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} \cdot N_1(0) \cdot e^{(\lambda_2 - \lambda_1)t} + C = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} \cdot N_1(0) \cdot e^{(\lambda_2 - \lambda_1)t} - \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} \cdot N_1(0)$

$$N_2(t) = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} \cdot N_1(0) \cdot (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t})$$

wegen $N_2(0) = 0$

Messgrößen und Einheiten

Aktivität = Zahl der Zerfälle pro Zeiteinheit

$$A(t) = -\frac{dN}{dt} \quad [A] = 1 \text{ Bq (Becquerel)}$$

früher: 1 Ci (Curie) \approx 37 GBq (1 g ^{226}Ra)

Energiedosis = deponierte Energie pro Masseneinheit

$$D = E_D / m \quad [D] = 1 \text{ Gy (Gray)} = \text{J/kg}$$

früher: 1 rd (Rad) = 0,01 Gy

Dosisleistung = Energiedosis pro Zeiteinheit

$$dD / dt \quad [dD / dt] = 1 \text{ Gy/s}$$

Äquivalentdosis = Energiedosis · Strahlungswichtungsfaktor*

$$H = D \cdot w_R \quad [H] = 1 \text{ Sv (Sievert)} = 1 \text{ J/kg} \quad \text{früher: 1 rem} = 0,01 \text{ Sv}$$

Organdosis = Energiedosis für ein Organ · Strahlungswichtungsfaktor* für jede Strahlungsart (R)

$$H_T = \sum_R D_{T,R} \cdot w_R \quad [H_T] = 1 \text{ Sv} = 1 \text{ J/kg}$$

Effektive Dosis = Organdosis · Gewebewichtungsfaktor* für jedes Gewebe (T)

$$D_{eff} = \sum_T H_T \cdot w_T \quad [D_{eff}] = 1 \text{ Sv} = 1 \text{ J/kg}$$



Louis H. Gray
(1905 - 1965)



Rolf Sievert
(1896 - 1966)

* Strahlungswichtungsfaktor (früher: Qualitätsfaktor Q): hängt von der Strahlungsart und Energie ab, Photonen/Elektronen $w_R = 1$, Neutronen 5-20 (energieabhängig), Protonen 5, α -Teilchen und schwere Kerne 20.
 Gewebewichtungsfaktor: hängt vom Gewebe ab, z.B. Haut 0,01, Leber 0,04, Keimdrüsen 0,08, Lunge 0,12 (2007), $\sum_T w_T = 1$

Strahlenexposition

Natürliche effektive Dosis: 1-2 mSv/Jahr (abhängig von Meereshöhe und Gesteinen), Raucher: mehrere mSv

Langstreckenflug: um 50 μSv (in niedrigen Breiten), 100 μSv (über die Pole)

Röntgendiagnostik: 0,3 mSv (Thoraxaufnahme 2x), 30 mSv (Abdomen-CT)

Strahlentherapie: 20-80 Sv

Zum α -Zerfall:

Alpha-Teilchen (2 Protonen + 2 Neutronen) tunneln durch die Coulomb-Barriere des Kerns und werden alle mit der gleichen Energie (einige MeV) emittiert. Alpha-Zerfall tritt bei schweren Kernen (ab $A = 165$ auf).

Transmission: $T = e^{-2\alpha \cdot x}$ bzw. $T = e^{-2\gamma}$

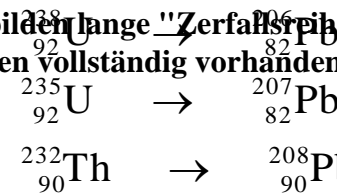
für eine Potenzialstufe mit konstanter Höhe $\alpha = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2m \cdot (V_0 - E)}$

für das (nicht konstante) Coulomb-Potenzial $\gamma = \frac{1}{\hbar} \int_{r_1}^{r_2} \sqrt{2m \cdot \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{2Z \cdot e^2}{r} - E \right)} dr$

Gamow-Faktor (vgl. WKB-Näherung). Grob $\gamma \propto \frac{Z}{\sqrt{E}}$

Je höher die Energie E, desto kleiner der Gamow-Faktor, desto größer die Transmission, dh. desto kürzer die Halbwertszeit (Geiger-Nuttall-Regel).

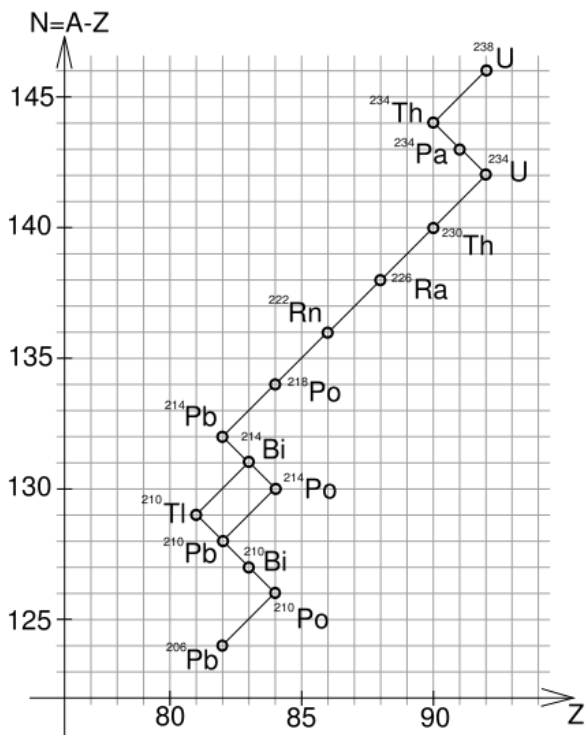
Radionuklide (instabile Kerne) zerfallen oft in weitere instabile Kerne, die wieder in instabile Kerne zerfallen ... Besonders die schweren Radionuklide bilden lange "Zerfallsreihen": In der Natur sind folgende Reihen vollständig vorhanden:



Uran-Radium-Reihe

Uran-Actinium-Reihe

Thorium-Reihe



Zum β -Zerfall:

Bei Kernen mit hohem Anteil an Protonen/Neutronen wird ein Proton/Neutron unter Aussendung eines Elektrons/Positrons in ein Neutron/Proton umgewandelt. Die Elektronen/Positronen bilden ein breites Spektrum, was lange Zeit ein Rätsel war, bis W. Pauli 1930 vorschlug, dass zusätzlich ein schwer nachweisbares neutrales Teilchen emittiert wird (damals "Neutron", heute nach E. Fermi "Neutrino").

Mit einem Elektron/Positron wird ein Elektronantineutrino/Neutrino emittiert. Neutrinos sind elektrisch neutral, haben eine sehr geringe Masse und wurden erst 1956 direkt nachgewiesen. Der β -Zerfall ist eine Folge der "schwachen" Wechselwirkung. Form des Elektronenspektrums:

E_e, p_e : kinetische Energie und Impuls des Elektrons, E : Gesamtenergie des Elektrons, m_e : Elektronenmasse, E_ν, p_ν : kinetische Energie und des Neutrinos, die Neutrinomasse wird vernachlässigt.

Die Wahrscheinlichkeit, das Elektron im Energiebereich zwischen E und $E+dE$ zu finden, ist proportional zur Wahrscheinlichkeit W_{fi} des Übergangs im Kern (i : initial, f : final state) und statistischen Faktoren, die proportional zum Impuls² des jeweiligen Teilchens ist (Volumen einer Kugelschale im Impulsraum mit Radius p)

$$W(E) \cdot dE \propto p_e^2 dp_e \cdot p_\nu^2 dp_\nu \cdot W_{fi}$$

$$p_\nu^2 = \frac{1}{c^2} E_\nu^2 = \frac{1}{c^2} (E_0 - E_e)^2 \quad dp_\nu = \frac{1}{c} dE_\nu \quad \text{wenn} \quad m_\nu \approx 0$$

$$p_e^2 = \frac{1}{c^2} \{E^2 - m_e^2 c^4\} \quad dp_e = \frac{E}{c \sqrt{E^2 - m_e^2 c^4}} dE$$

$$Q = E_\nu + E_e + m_e c^2 = E_\nu + E$$

$$W(E_e) \cdot dE_e \propto W_{fi} \cdot E \cdot \sqrt{E^2 - m_e^2 c^4} \cdot dE \cdot \int \delta(E_\nu + E - Q) \cdot E_\nu^2 \cdot dE_\nu$$

$$W(E_e) \cdot dE_e \propto (E - Q)^2 \cdot W_{fi} \cdot E \cdot \sqrt{E^2 - m_e^2 c^4} \cdot dE$$



Wolfgang Pauli
(1900 - 1958)

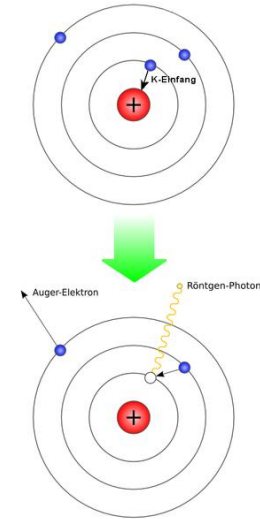
Die Wahrscheinlichkeit wird 0 für $E = m_e c^2$ (unteres Ende des Spektrums) und $E = Q$ (oberes Ende). Wenn die Neutrinomasse $\neq 0$ ist, modifiziert sich insbesondere das obere Ende des Spektrums, das in zahlreichen Experimenten eingehend vermessen wurde, allerdings weitgehend ohne Erfolg, weil die Neutrinomasse - wie man inzwischen weiß - extrem klein ist (im eV-Bereich).

Elektroneneinfang ("Epsilonzerfall")

In Konkurrenz zum β^+ -Zerfall gibt es bei einigen Nukliden den Elektroneneinfang:



Das eingefangene Elektron (meist aus der K-Schale) führt zur Emission eines Photons oder eines Auger-Elektrons. Nur ${}^{205}\text{Pb}$ zerfällt ausschließlich durch Elektroneneinfang.

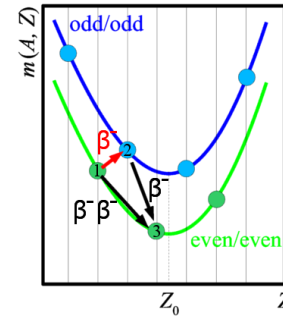
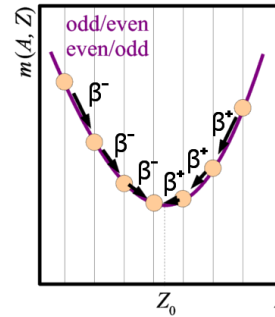


Doppelter Beta-Zerfall

Wenn der bisher diskutierte Beta-Zerfall energetisch nicht möglich ist, aber die Umwandlung von 2 Nukleonen zu einem energetisch günstigeren Zustand führt, kann die simultane Aussendung von 2 Elektronen/Positronen und zwei Anti/Neutrinos stattfinden. Diskutiert wird auch der neutrinolose doppelte Beta-Zerfall unter Verletzung der sog. Leptonenzahl (kein eindeutiger experimenteller Nachweis).

Zum γ -Zerfall:

Wenn ein Kern nach einem α - oder β -Zerfall in einem angeregten Zustand zurückbleibt, geht er unter Aussendung eines Photons (γ -Quant) in den Grundzustand über. Eine Alternative ist die sog. "innere Konversion", die Energieabgabe an ein Hüllenelektron.



Andere Zerfallsarten

- spontane Spaltung bei schweren Kernen wie ${}^{235}\text{U}$.
- spontane Protonen- oder Neutronenemission
- Clusterzerfall: Emission schwerer zusammengesetzter Teilchen wie ${}^{12}\text{C}$ oder ${}^{16}\text{O}$ statt ${}^4\text{He}$

Rechts: Das KATRIN-Experiment in Karlsruhe dient der Vermessung des Tritiumzerfalls, um aus dem Endpunkt des β -Spektrums auf die Neutrinomasse zu schließen. Hier der Transport des Spektrometers durch den Ort Leopoldshafen (Foto: Karlsruhe Institut für Technologie)



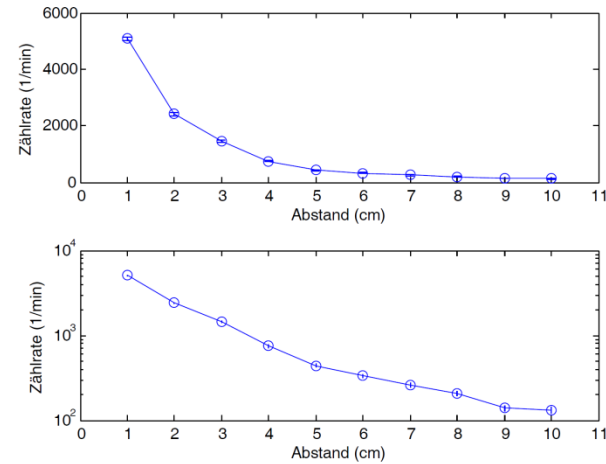
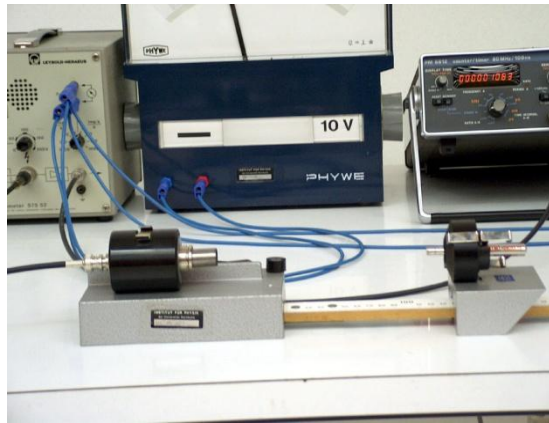
Experimente zur Radioaktivität

Nachweis von α -, β - und γ -Strahlung mit einem Geiger-Müller-Zählrohr.

α -Strahlung: Reichweite in Luft wenige cm mit plötzlichem Anstieg des Signals, Abschirmung durch Papier

β -Strahlung: Nahezu exponentielle Abnahme der Reichweite (s. Messwerte), Abschirmung durch einige mm Aluminium

γ -Strahlung: Große Reichweite in Luft, Abschirmung durch mehrere cm Blei



Messung der Winkelverteilung von β -Strahlung mit schwenkbarem Geiger-Müller-Zählrohr und gleichzeitiger Aufzeichnung der Zählrate auf Papier. Links: Messaufbau. Mitte: Aktuelle Messung. Rechts: frühere Messung ein höherer Aktivität des Präparats (und evtl. längerer Aufnahmezeit. Die Winkelverteilung wird durch ein Magnetfeld verschoben, d.h. β -Strahlung besteht aus geladenen Teilchen (Elektronen beim Zerfall von ^{204}Tl).

