

Charakteristische Röntgenlinien

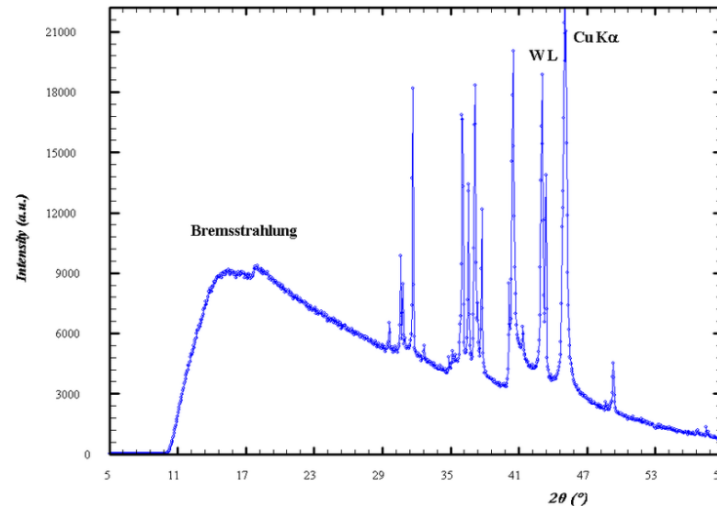
Übergänge im Bohrschen Atommodell

idealisiert für H-ähnliche Atome $E = R \cdot Z^2 \cdot \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right)$

realistisch für schwerere Atome $E = R \cdot (Z - S)^2 \cdot \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right)$
 (S: Abschirmfaktor)

- "Schalen" $n = 1$ K
 $n = 2$ L
 $n = 3$ M
 $n = 4$ N ...

Übergang	nach	von	Bezeichnung
	$n_1 = 1$	$n_2 = 2$	K_α
	$n_1 = 1$	$n_2 = 3$	K_β
	...		
	$n_1 = 2$	$n_2 = 3$	L_α
	$n_1 = 2$	$n_2 = 4$	L_β
	...		
	$n_1 = 3$	$n_2 = 4$	M_α
	$n_1 = 3$	$n_2 = 5$	M_β



Wellenlänge ← → Frequenz
 Energie

Absorption von Röntgenstrahlung

Die Wechselwirkung von Photonen mit Materie ist für viele Bereich der Physik von Interesse.

Im Röntgenbereich gibt es folgende Effekte, die eine Absorption von Photonen bewirken:

- **Photoeffekt:** das Photon wird absorbiert, ein Elektron wird emittiert. Das Atom kehrt über Fluoreszenz oder Emission von Auger-Elektronen in den Grundzustand zurück.
- **Compton-Streuung:** das Photon streut an einem (fast freien) Elektron der äußeren Atomhülle und verliert einen Teil seiner Energie. Das Elektron wird dabei emittiert.
- **Rayleigh-Streuung:** bei nicht allzu hoher Photonenenergie (einige 10 keV) streut das Photon am gesamten Atom und ändert seine Richtung, ohne Energie zu verlieren.
- **Paarbildung:** oberhalb einer Photonenenergie von 1,055 MeV (2 x Elektronenruhemasse) entsteht in der Umgebung eines Atoms ein Elektron-Positron-Paar. Bei sehr hohen Photonenenergien (Gamma-Strahlung) erzeugen die Teilchen Bremsstrahlung, die weitere e^+e^- -Paare erzeugen (elektromagnetischer Schauer).

Absorptionskoeffizient

Die einfallende Strahlungsleistung wird durch Streuung und Absorption nach einer Schichtdicke x verringert

$$dP = -\mu \cdot P \cdot dx \quad \rightarrow \quad P(x) = P(0) \cdot e^{-\mu \cdot x} \quad (\mu = \mu_s + \mu_a)$$

(Streuung + Absorption)

$$\mu_a = n \cdot \sigma_a \quad \frac{\mu_a}{\rho} \rho = \kappa_a \cdot \rho \quad \rightarrow \quad P(x) = P(0) \cdot e^{-\kappa_a \cdot \rho \cdot x}$$

κ_a : Massenabsorptionskoeffizient

$$\kappa_a = \frac{\mu_a}{\rho} = \frac{n \cdot \sigma_a}{n \cdot m_{\text{Atom}}} = \frac{\sigma_a}{m_{\text{Atom}}}$$

Absorptionskoeffizient = Anzahldichte · Absorptionsquerschnitt

$$[\mu_a] = \frac{1}{\text{m}} \quad [n] = \frac{1}{\text{m}^3} \quad [\sigma] = \frac{\text{m}^2}{\text{m}} = \text{m}^2 \quad [\kappa_a] = \frac{\text{m}^2}{\text{m} \cdot \text{kg}} = \frac{\text{m}^2}{\text{kg}}$$

Differenzieller und totaler Wirkungsquerschnitt

Differentieller Wirkungsquerschnitt

= Teilchenzahl/Raumwinkel/Zeit

geteilt durch den Fluss (Teilchen/Fläche/Zeit)

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{F} \cdot \frac{dN_s}{d\Omega} \quad \sigma = \int \frac{d\sigma}{d\Omega} \cdot d\Omega$$

Photoeffekt

Kinetische Energie des emittierten Elektrons = Photonenenergie – Austrittsarbeit

$$E_{kin} = h \cdot \nu - W_a$$

E_k ist das Energieniveau des Elektrons vor der Emission, E_{ion} ist die Energie des ionisierten Atoms

Absorptionsquerschnitt (empirisch): $\sigma_a \propto Z^4 \cdot \lambda^3$

Zusätzlich treten aber bei bestimmten Wellenlängen Sprünge auf. Wenn man die Wellenlänge kontinuierlich verkleinert, steigt bei den sogenannten **Absorptionskanten** der Absorptionsquerschnitt sprunghaft an. Dies ist immer dann der Fall, wenn die Photonenenergie für einen weiteren Übergang eines Elektrons in eine höhere Schale ausreicht, d.h. die Wellenlängen der Absorptionskanten entsprechen denen der charakteristischen Röntgenlinien.

Moseleysches Gesetz

$$h \cdot \nu = R \cdot Z_{eff} \cdot \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right)$$

R = Rydberg-Konstante in Energie-Einheiten
mit Korrektur der reduzierten Masse

$Z_{eff} = Z - S$ = um die Abschirmwirkung
korrigierte Kernladungszahl

Historisch wurde dieses Gesetz verwendet um die damals unbekannt Kernladung einiger Elemente zu bestimmen.

Die Absorptionskanten sind nach den Hauptquantenzahlen der beteiligten Elektronen benannt (K-Kante, L-Kante usw.), die z.T. deutlich in eine Feinstruktur aufspalten (z.B. L_I, L_{II}, L_{III}).



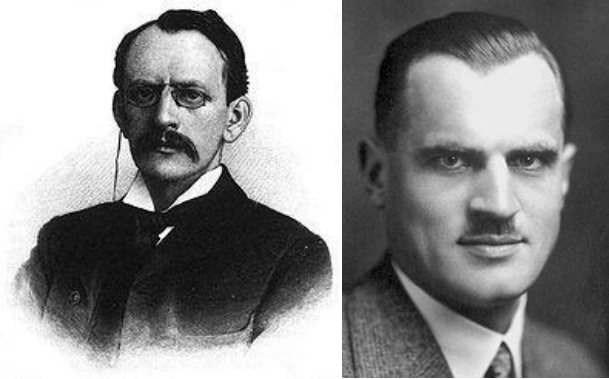
Henry Moseley
1887 -1915

Compton-Effekt

Photon-Elektron-Streuung.

Klein-Nishina-Theorie im Rahmen der Quantenelektrodynamik.

Klassischer Grenzfall für kleine Photonenenergie: Thomson-Streuung



Joseph J. Thomson
(1856 - 1940)

Arthur Compton
(1892 - 1962)

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{2} r_e^2 (1 + \cos^2 \theta)$$

$$\sigma_T = \frac{8}{3} \pi \cdot r_e^2 = 6,652 \cdot 10^{-29} \text{ m}^2$$

differenzieller und totaler Thomson-Wirkungsquerschnitt

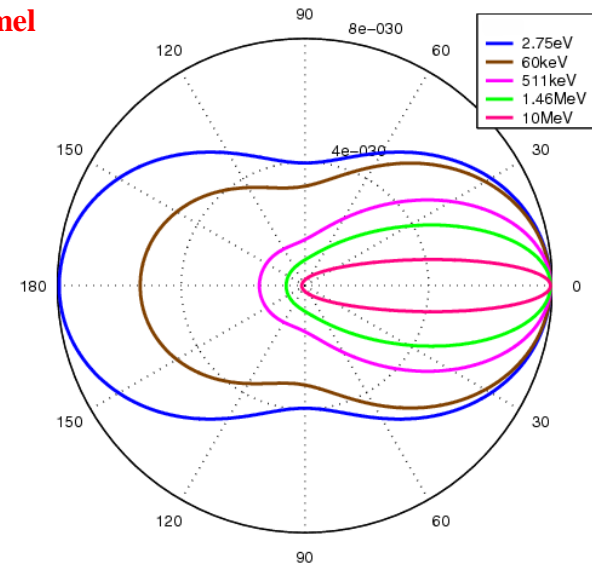
mit $r_e = \frac{e^2}{4\pi \cdot \epsilon_0 \cdot m_e c^2} = 2,818 \cdot 10^{-15} \text{ m}$ (klassischer Elektronenradius)

$$\lambda' - \lambda = 2\lambda_c \cdot \sin^2 \frac{\theta}{2} \quad \text{mit} \quad \lambda_c \equiv \frac{h}{m_0 \cdot c}$$

Compton-Streuformel

Paarbildung

Wirkungsquerschnitt steigt über 1,022 MeV stark an, Berechnung aufwändig, hängt von Abschirmungseffekten innerhalb des Atoms ab.



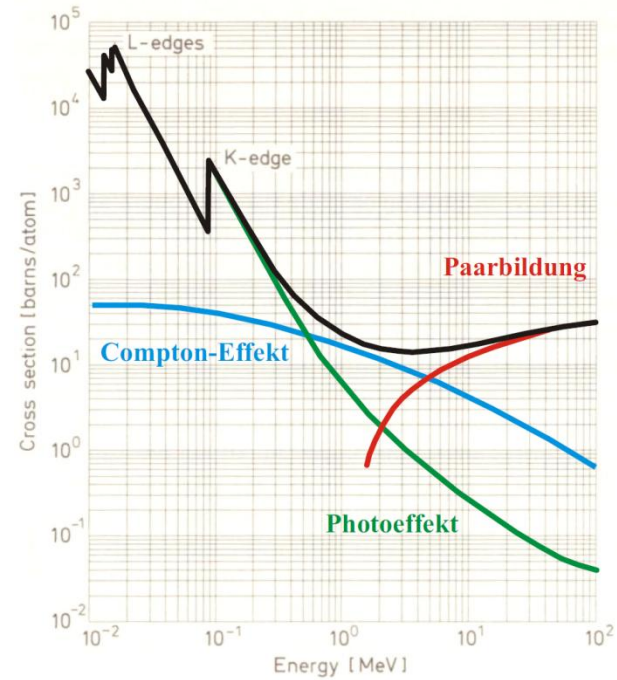
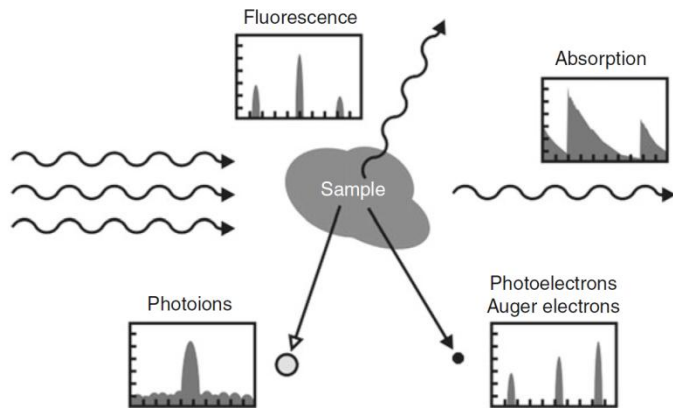
(Wikipedia, Dscraggs)

Anwendung von Röntgenstrahlung: Spektroskopie

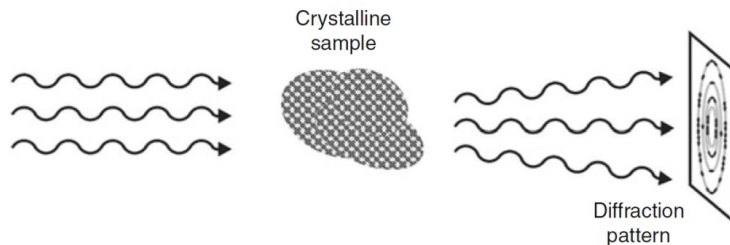
EXAFS - extended X-ray absorption fine structure

NEXAFS - near-edge x-ray absorption spectroscopy

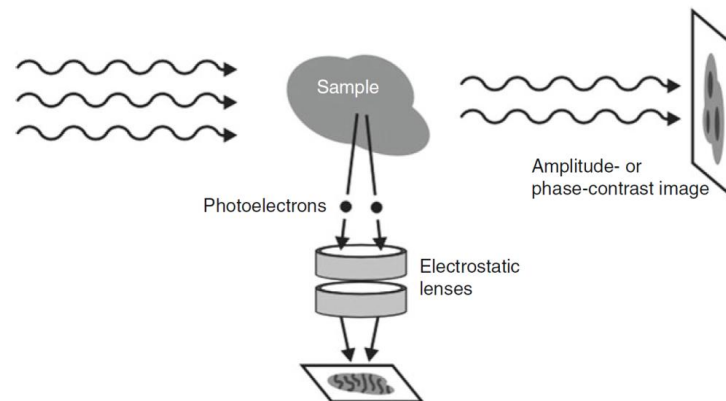
Die Streuung der Materiewelle des beim Photoeffekt auslaufenden Elektrons an den umliegenden Atomen bewirkt eine Feinstruktur der Absorptionskante, deren Analyse Aufschluss über die Lage der Atome zueinander gibt.



Diffraction (Beugung)



Abbildung

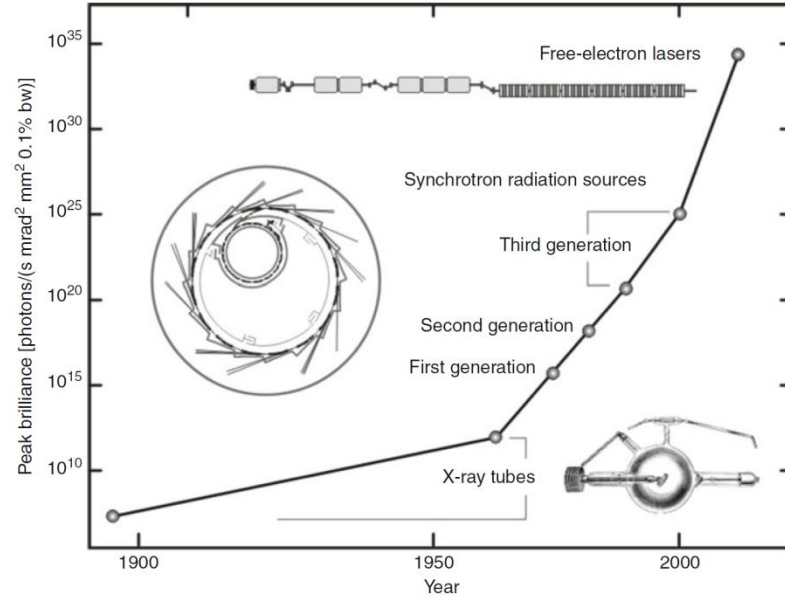


2.20 Quellen für Vakuum-Ultraviolett- und Röntgenstrahlung

- Röntgenröhre (seit 1913)
- Synchrotronstrahlungsquellen (seit ~1970)
- Hohe Laser-Harmonische (seit ~1990)
- Freie-Elektronen-Laser (seit 2000)

Brillanz = Photonenzahl
 pro Zeit (s)
 pro Quellgröße (mm²)
 pro Raumwinkel (mrad²)
 pro Energieintervall (0,1%bw)

Spitzenbrillanz = Brillanz im zeitlichen
 Maximum eines Strahlungspulses



Fortschritte:

- Röntgenröhre mit Glühkathode
- Röntgenröhre mit rotierender Anode
- Synchrotronstrahlungsquellen
- Wiggler und Undulatoren
- Freie-Elektronen-Laser

Synchrotronstrahlung

Abstrahlung elektromagnetischer Wellen durch relativistische Elektronen aufgrund einer Kreisbeschleunigung.
 Hohe Intensität durch starke relativistische Verschiebung des Strahlungskegels in Vorwärtsrichtung.

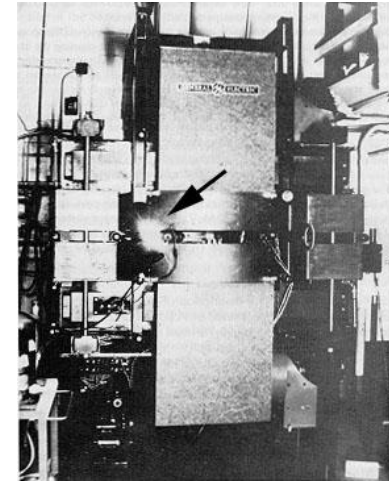
Typische Standardabweichung der Winkelverteilung (nicht exakt)

$$\sigma_{\theta} \approx \frac{1}{\gamma} = \frac{m_e \cdot c^2}{E}$$

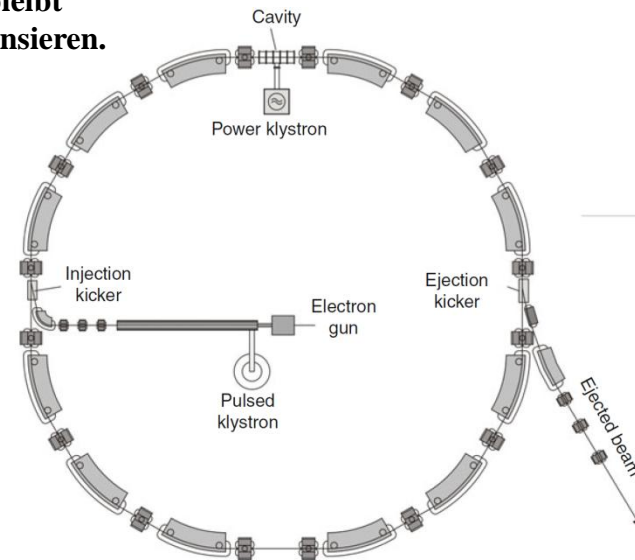
Beschleunigung von Elektronen auf relativistische Energien (typisch GeV)

Beschleunigung durch elektrische Feld einer Hochfrequenzwelle (GHz)

- Elektronerzeugung mit elektrostatischer Vorbeschleunigung
- weitere Vorbeschleunigung meist in einem Linearbeschleuniger (Röhre mit Irisblenden, um die Phasengeschwindigkeit der HF-Welle auf die Elektronengeschwindigkeit ($\approx c$) zu verlangsamen).
- Beschleunigung auf GeV-Energien meist in einem Synchrotron (ringförmige Magnetanordnung mit HF-Resonatoren, wobei die Magnetfelder synchron mit dem Energiezuwachs ansteigen, damit die Elektronen auf derselben Bahn bleiben)
- anschließend Injektion in einen Speicherring (ringförmige Maschine ähnlich einem Synchrotron, wobei die Elektronenenergie konstant bleibt und HF-Resonatoren nur die Synchrotronstrahlungsverluste kompensieren).



Erste Beobachtung von Synchrotronstrahlung 1947 in einem Elektronensynchrotron bei General Electric in Schenectady/NY
 - daher der Name. Praktisch nutzbare Synchrotronstrahlung wird aber nicht in Synchrotrons, sondern in Speicherringen erzeugt.



Eigenschaften der Strahlung

Mittlerer Energieverlust eines Elektrons pro Umlauf (360 Grad mit konstantem Biegeradius R)

$$E[\text{keV}] = 88,5 \frac{E^4[\text{GeV}^4]}{R[\text{m}]}$$

