

**a) Zum  $\alpha$ -Zerfall:**

Alpha-Teilchen (2 Protonen + 2 Neutronen) tunneln durch die Coulomb-Barriere des Kerns und werden alle mit der gleichen Energie (einige MeV) emittiert. Alpha-Zerfall tritt bei schweren Kernen (ab  $A = 165$  auf).

Transmission:  $T = e^{-2\alpha \cdot x}$  bzw.  $T = e^{-2\gamma}$

für eine Potenzialstufe mit konstanter Höhe  $\alpha \cdot x = \frac{|p|}{\hbar} \cdot x = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2m \cdot (V_0 - E)} \cdot x$

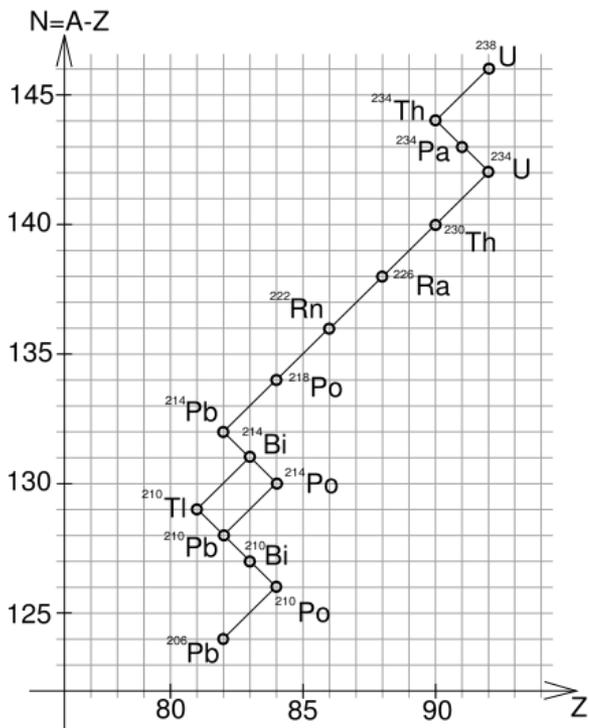
für das (nicht konstante) Coulomb-Potenzial  $\gamma = \frac{1}{\hbar} \int_{r_1}^{r_2} \sqrt{2m \cdot \left( \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{2Z \cdot e^2}{r} - E \right)} dr$

Gamow-Faktor (vgl. WKB-Näherung). Grob  $\gamma \propto \frac{Z}{\sqrt{E}}$

Je höher die Energie E, desto kleiner der Gamow-Faktor, desto größer die Transmission, dh. desto kürzer die Halbwertszeit (Geiger-Nuttall-Regel).

Radionuklide (instabile Kerne) zerfallen oft in weitere instabile Kerne, die wieder in instabile Kerne zerfallen ... Besonders die schweren Radionuklide bilden lange "Zerfallsreihen": In der Natur sind folgende Reihen vollständig vorhanden:

- Uran-Radium-Reihe  ${}_{92}^{238}\text{U} \rightarrow {}_{82}^{206}\text{Pb}$
- Uran-Actinium-Reihe  ${}_{92}^{235}\text{U} \rightarrow {}_{82}^{207}\text{Pb}$
- Thorium-Reihe  ${}_{90}^{232}\text{Th} \rightarrow {}_{82}^{208}\text{Pb}$

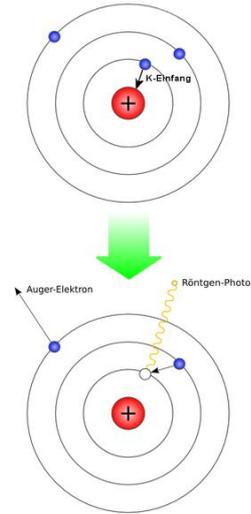


### Elektroneneinfang ("Epsilonzerfall")

In Konkurrenz zum  $\beta^+$ -Zerfall gibt es bei einigen Nukliden den Elektroneneinfang:



Das eingefangene Elektron (meist aus der K-Schale) führt zur Emission eines Photons oder eines Auger-Elektrons. Nur  ${}^{205}\text{Pb}$  zerfällt ausschließlich durch Elektroneneinfang.

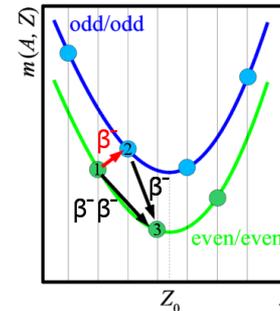
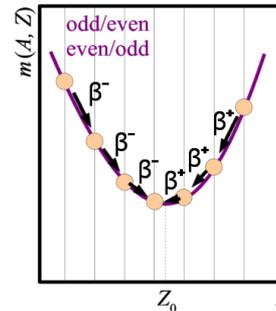


### Doppelter Beta-Zerfall

Wenn der bisher diskutierte Beta-Zerfall energetisch nicht möglich ist, aber die Umwandlung von 2 Nukleonen zu einem energetisch günstigeren Zustand führt, kann die simultane Aussendung von 2 Elektronen/Positronen und zwei Anti/Neutrinos stattfinden. Diskutiert wird auch der neutrinolose doppelte Beta-Zerfall (bisher kein eindeutiger experimenteller Nachweis), der nur möglich ist, wenn Neutrinos eine Masse besitzen und ihre eigenes Antiteilchen sind (sog. Majorana-Teilchen)

### c) Zum $\gamma$ -Zerfall:

Wenn ein Kern nach einem  $\alpha$ - oder  $\beta$ -Zerfall in einem angeregten Zustand zurückbleibt, geht er unter Aussendung eines Photons ( $\gamma$ -Quant) in den Grundzustand über. Eine Alternative ist die sog. "innere Konversion", die Energieabgabe an ein Hüllenelektron.



### d) Andere Zerfallsarten

- spontane Spaltung bei schweren Kernen wie  ${}^{235}\text{U}$ .
- spontane Protonen- oder Neutronenemission
- Clusterzerfall: Emission schwerer zusammengesetzter Teilchen wie  ${}^{12}\text{C}$  oder  ${}^{16}\text{O}$  statt  ${}^4\text{He}$

Rechts: Das KATRIN-Experiment in Karlsruhe dient der Vermessung des Tritiumzerfalls, um aus dem Endpunkt des  $\beta$ -Spektrums auf die Neutrinomasse zu schließen. Hier der Transport des Spektrometers durch den Ort Leopoldshafen (Foto: Karlsruhe Institut für Technologie)



**b) Zum  $\beta$ -Zerfall:**

Bei Kernen mit hohem Anteil an Protonen/Neutronen wird ein Proton/Neutron unter Aussendung eines Elektrons/Positrons in ein Neutron/Proton umgewandelt. Die Elektronen/Positronen bilden ein breites Spektrum, was lange Zeit ein Rätsel war, bis W. Pauli 1930 vorschlug, dass zusätzlich ein schwer nachweisbares neutrales Teilchen emittiert wird (damals "Neutron", heute nach E. Fermi "Neutrino").

Mit einem Elektron/Positron wird ein Antineutrino/Neutrino emittiert. Neutrinos sind elektrisch neutral, haben eine sehr geringe Masse und wurden erst 1956 direkt nachgewiesen. Der  $\beta$ -Zerfall ist eine Folge der "schwachen" Wechselwirkung. Form des Elektronenspektrums:

$E_e, p_e$ : kinetische Energie und Impuls des Elektrons,  $E$ : Gesamtenergie des Elektrons,  $m_e$ : Elektronenmasse,  $E_\nu, p_\nu$ : kinetische Energie und des Neutrinos, die Neutrinomasse wird vernachlässigt.

$Q$ : Gesamtenergie des Übergangs im Kern.

Die Wahrscheinlichkeit, das Elektron im Energiebereich zwischen  $E$  und  $E+dE$  zu finden, ist proportional zur Wahrscheinlichkeit  $W_{fi}$  des Übergangs im Kern ( $i$ : initial,  $f$ : final state) und zu statistischen Faktoren, die proportional zum Impuls<sup>2</sup> des jeweiligen Teilchens ist (Volumen einer Kugelschale im Impulsraum mit Radius  $p$ ).

$$W(E) \cdot dE \propto p_e^2 dp_e \cdot p_\nu^2 dp_\nu \cdot W_{fi}$$

$$p_\nu = \frac{1}{c} E_\nu \quad \rightarrow \quad p_\nu^2 = \frac{1}{c^2} E_\nu^2 \quad dp_\nu = \frac{1}{c} dE_\nu \quad \text{wenn} \quad m_\nu \approx 0$$

$$p_e = \frac{1}{c} \sqrt{E^2 - m_e^2 c^4} \quad \rightarrow \quad p_e^2 = \frac{1}{c^2} \{E^2 - m_e^2 c^4\} \quad dp_e = \frac{E}{c \sqrt{E^2 - m_e^2 c^4}} dE$$

$$Q = E_\nu + E_e + m_e c^2 = E_\nu + E \quad \text{Faktoren mit } c \text{ weggelassen:}$$

$$W(E) \cdot dE \propto W_{fi} \cdot E \cdot \sqrt{E^2 - m_e^2 c^4} \cdot dE \cdot \int \delta(E_\nu + E - Q) \cdot E_\nu^2 \cdot dE_\nu$$

$$W(E) \cdot dE \propto W_{fi} \cdot E \cdot \sqrt{E^2 - m_e^2 c^4} \cdot dE \cdot (Q - E)^2$$

$$\text{Delta-Distribution} \quad \int \delta(x) \cdot f(x) = f(0)$$



Wolfgang Pauli  
(1900 - 1958)

Die Wahrscheinlichkeit wird 0 für  $E = m_e c^2$  (unteres Ende des Spektrums) und  $E = Q$  (oberes Ende). Wenn die Neutrinomasse  $\neq 0$  ist, modifiziert sich insbesondere das obere Ende des Spektrums, das in zahlreichen Experimenten eingehend vermessen wurde, allerdings weitgehend ohne Erfolg, weil die Neutrinomasse - wie man inzwischen weiß - extrem klein ist (im eV-Bereich).

## Messgrößen und Einheiten

**Aktivität = Zahl der Zerfälle pro Zeiteinheit**

$$A(t) = -\frac{dN}{dt} \quad [A] = 1 \text{ Bq (Becquerel)}$$

früher: 1 Ci (Curie)  $\approx$  37 GBq (1 g  $^{226}\text{Ra}$ )

**Energiedosis = deponierte Energie pro Masseneinheit**

$$D = E_D / m \quad [D] = 1 \text{ Gy (Gray)} = \text{J/kg}$$

früher: 1 rd (Rad) = 0,01 Gy

**Dosisleistung = Energiedosis pro Zeiteinheit**

$$dD / dt \quad [dD / dt] = 1 \text{ Gy/s}$$

**Äquivalentdosis = Energiedosis · Strahlungswichtungsfaktor\***

$$H = D \cdot w_R \quad [H] = 1 \text{ Sv (Sievert)} = 1 \text{ J/kg} \quad \text{früher: 1 rem} = 0,01 \text{ Sv}$$

**Organdosis = Energiedosis für ein Organ · Strahlungswichtungsfaktor\* für jede Strahlungsart (R)**

$$H_T = \sum_R D_{T,R} \cdot w_R \quad [H_T] = 1 \text{ Sv} = 1 \text{ J/kg}$$

**Effektive Dosis = Organdosis · Gewebewichtungsfaktor\* für jedes Gewebe (T)**

$$D_{\text{eff}} = \sum_T H_T \cdot w_T \quad [D_{\text{eff}}] = 1 \text{ Sv} = 1 \text{ J/kg}$$

- \* Strahlungswichtungsfaktor (früher: Qualitätsfaktor  $Q$ ): hängt von der Strahlungsart und Energie ab, Photonen/Elektronen  $w_R = 1$ , Neutronen 5-20 (energieabhängig), Protonen 5,  $\alpha$ -Teilchen und schwere Kerne 20.  
 Gewebewichtungsfaktor: hängt vom Gewebe ab, z.B. Haut 0,01, Leber 0,04, Keimdrüsen 0,08, Lunge 0,12 (2007),  $\sum_T w_T = 1$

### Strahlenexposition

**Natürliche effektive Dosis: 1-2 mSv/Jahr (abhängig von Meereshöhe und Gesteinen), Raucher: mehrere mSv**

**Langstreckenflug: um 50  $\mu\text{Sv}$  (in niedrigen Breiten), 100  $\mu\text{Sv}$  (über die Pole)**

**Röntgendiagnostik: 0,3 mSv (Thoraxaufnahme 2x), 30 mSv (Abdomen-CT)**

**Strahlentherapie: 20-80 Sv**



Louis H. Gray  
(1905 - 1965)



Rolf Sievert  
(1896 - 1966)

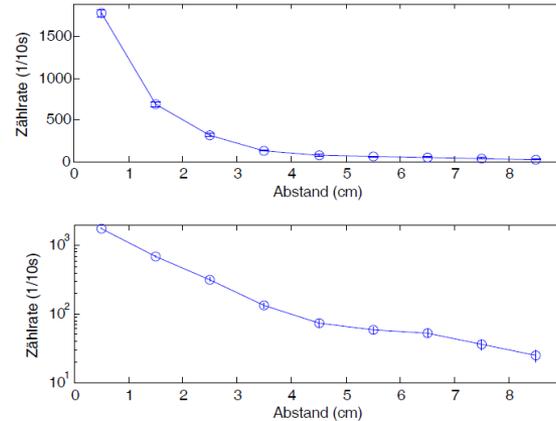
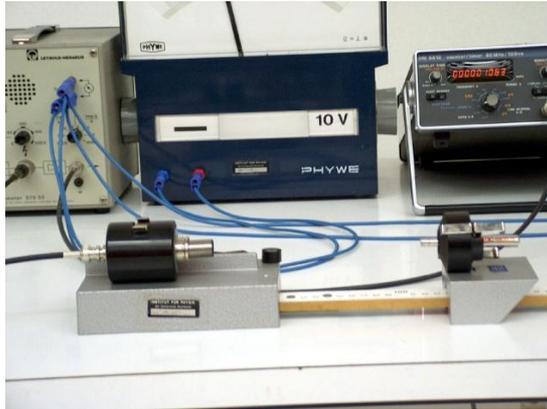
## Experimente zur Radioaktivität

Nachweis von  $\alpha$ -,  $\beta$ - und  $\gamma$ -Strahlung mit einem Geiger-Müller-Zählrohr.

$\alpha$ -Strahlung: Reichweite in Luft wenige cm mit plötzlichem Anstieg des Signals, Abschirmung durch Papier

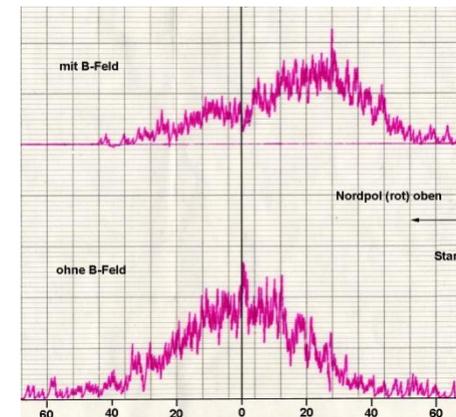
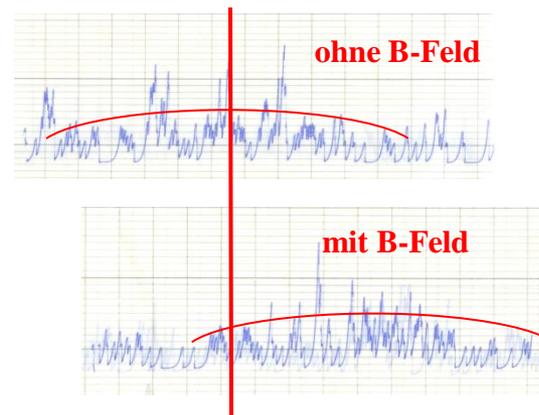
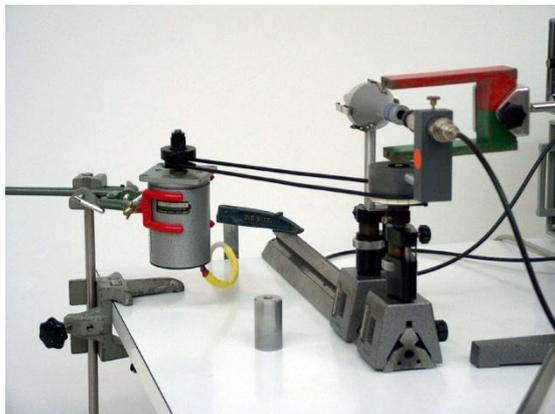
$\beta$ -Strahlung: Nahezu exponentielle Abnahme der Reichweite (s. Messwerte), Abschirmung durch einige mm Aluminium

$\gamma$ -Strahlung: Große Reichweite in Luft, Abschirmung durch mehrere cm Blei



Lineare (oben) und exponentielle (unten) Darstellung der Zählrate (Zerfälle in 10 s) als Funktion des Abstands. Eine rein exponentielle Funktion würde im unteren Bild als Gerade erscheinen. Hier können der natürliche Untergrund sowie geometrische Effekte eine Rolle spielen (endliche Größe der Quelle und des Detektors).

Messung der Winkelverteilung von  $\beta$ -Strahlung von  $^{204}\text{Tl}$  mit schwenkbarem Geiger-Müller-Zählrohr und gleichzeitiger Aufzeichnung der Zählrate auf Papier. Links: Messaufbau. Mitte: Aktuelle Messung aus einer früheren Vorlesung. Die aktuelle Messung war aufgrund der geringen Zählrate leider wenig aussagekräftig. Die Halbwertszeit von  $^{204}\text{Tl}$  beträgt 3,8 Jahre, d.h. das Präparat wird im Laufe der Jahre spürbar schwächer. Rechts: frühere Messung mit höherer Aktivität des Präparats und längerer Aufnahmezeit. Die Winkelverteilung wird durch ein Magnetfeld verschoben, d.h.  $\beta$ -Strahlung besteht aus geladenen Teilchen (in diesem Fall Elektronen).



### 3.4 Kernmodelle: Das Tröpfchenmodell

Vergleich des Kerns mit einem Flüssigkeitstropfen (konstante Dichte) zur Erklärung der Bindungsenergie  $E_B(A)$ .

Fünf Anteile:

1) **Volumenanteil:** gleiche Bindungsenergie für jedes Nukleon, da von den unmittelbaren Nachbarn abhängig

$$E_V = a_V \cdot A$$

2) **Oberflächenanteil:** geringere Bindungsenergie für Nukleonen an der Oberfläche (weniger Nachbarn)

$$E_S = -a_S \cdot A^{2/3} \quad \text{Oberfläche} \propto R^2 \propto A^{2/3}$$

3) **Coulombanteil:** Coulomb-Abstoßung, potenzielle Energie einer homogen geladenen Kugel

$$E_C = -a_C \cdot Z^2 \cdot A^{-1/3} \quad \text{Energie} \propto 1/R \propto 1/A^{1/3}$$

4) **Asymmetrieanteil:** wegen des Pauli-Prinzips ist die Gesamtenergie für  $Z = N$  minimal

$$E_A = -a_A \cdot (Z - N)^2 / A$$

5) **Paarungsanteil:** wegen des Pauli-Prinzips werden gerade (g) Protonen- und Neutronenzahlen bevorzugt

$$E_P = a_P \cdot \delta \cdot A^{-1/2} \quad \text{gg} : \delta = 1 \quad \text{gu/ug} : \delta = 0 \quad \text{uu} : \delta = -1$$

(g = gerade, u = ungerade Protonen- und Neutronenzahl)

Insgesamt

$$E_B = a_V \cdot A - a_S \cdot A^{2/3} - a_C \cdot Z^2 \cdot A^{-1/3} - a_A \cdot (Z - N)^2 / A + a_P \cdot \delta \cdot A^{-1/2}$$

- Empirische Parameter:
- $a_V = 15,8 \text{ MeV}$
  - $a_S = 18,3 \text{ MeV}$
  - $a_C = 0,71 \text{ MeV}$
  - $a_A = 92,8 \text{ MeV}$
  - $a_P = 11,4 \text{ MeV}$

Anmerkung:

Ein erweitertes Tröpfchenmodell erklärt auch Rotations- und Vibrationszustände von Atomkernen

