

5 Kernphysik

Existenz des Atomkerns

- Entdeckung des – negativ geladenen – Elektrons (J. J. Thomson 1897): im Atom befindet sich positive Ladung
- Streuexperimente mit α -Teilchen (E. Rutherford et al., um 1911) weisen einen sehr kleinen Atomkern nach
- Radioaktivität (A.H. Becquerel 1896) entsteht durch Umwandlung von Atomkernen
- Hyperfeinstruktur – Aufspaltung z.B. in Wasserstoffspektren – entsteht durch Wechselwirkung mit dem Kern

5.1 Eigenschaften von Atomkernen

a) Elektrische Ladung

ist gleich der Elektronenladung Z des Atoms (mit entgegengesetztem Vorzeichen) und ergibt sich aus der Anzahl der Protonen, deren Ladung $+e$ (Elementarladung) ist.

- Streuversuche mit geladenen Teilchen (s. weiter unten)

b) Größe von Atomkernen

entspricht etwa der Größe der Ladungsverteilung (obwohl der Kern neben Protonen auch Neutronen enthält)

- Streuversuche (s. weiter unten) ergeben einen Kernradius von

$$r = r_0 \cdot A^{1/3} \quad r_0 = (1,3 \pm 0,1) \cdot 10^{-15} \text{ m} \quad 10^{-15} \text{ m} = 1 \text{ fm ("Fermi")}$$

wobei A die Massenzahl ist, d.h. ein ganzzahliges Vielfaches von Protonenzahl Z plus Neutronenzahl N .

Unter der Annahme einer Kugel ist das Volumen also proportional zur Masse, d.h. die Dichte ist konstant.

Schreibweise: ${}^A_Z X_N$ oder ${}^A_Z X$ oder ${}^A X$ z.B. ${}^{208}_{82} \text{Pb}_{126}$ (häufigstes Blei-Isotop)

Bezeichnungen: Nuklid = bestimmte Sorte von Atomkern z.B. ${}^{208}\text{Pb}$, Nukleon = Proton oder Neutron, Isotope = Kerne mit gleichem Z , Isotone = Kerne mit gleichem N , Isobare = Kerne mit gleichem A

c) Masse von Atomkernen

Die Massenzahl A ist nur ein grobes Maß, um Kerne zu klassifizieren: $A = Z + N$

Genauer: $m_K = Z \cdot m_p + N \cdot m_N - \Delta m$ mit

$$m_p = 1,6726 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \quad m_p \cdot c^2 = 938,27 \text{ MeV}$$

$$m_N = 1,6749 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \quad m_N \cdot c^2 = 939,57 \text{ MeV}$$

$$\Delta m = E_B / c^2 \quad (\text{Massendefekt} = \text{Bindungsenergie} / c^2)$$

Atomkerne sind also leichter als die Summe aller Nukleonen ("Massendefekt"), weil ein – kleiner – Teil der Masse beim Zusammenfügen in Energie umgewandelt wird. Diese Bindungsenergie steigt ungefähr linear mit A , d.h. die Bindungsenergie pro Nukleon E_B/A ist für viele Kerne ungefähr gleich (etwa 8 MeV), weist aber eine charakteristische Massenabhängigkeit auf

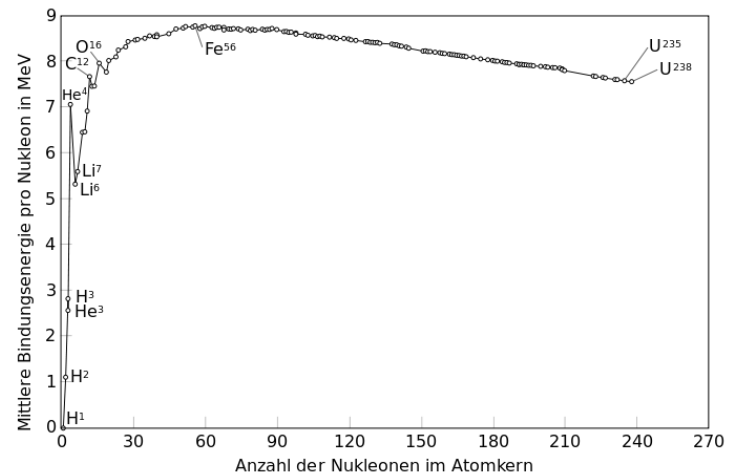
- für sehr leichte Kerne ist E_B/A deutlich kleiner als das Maximum bei $A \approx 60$ (ca. 8,6 MeV)
- für schwere Kerne ist E_B/A etwas kleiner als das Maximum
- es gibt Spitzen bei den "magischen Zahlen" für Z oder N (Kerne mit magischem Z und N sind "doppelt magisch").

Messmethoden

- Massenspektrometer oder Massenspektrograph (Bahn einfach geladener Ionen in einem Magnetfeld, einem elektrostatischen Feld, oder einer Kombination aus beiden) ergibt $m_{\text{gemessen}} = m_K + (Z - 1) \cdot m_e - E_B^{el}$

d.h. die Masse der $Z - 1$ Elektronen und ihre Bindungsenergie ist zu berücksichtigen.

- die Photonenenergie von Übergängen zwischen Rotationszuständen von Molekülen hängt von den Kernmassen ab.
- die Kinematik von Kernreaktionen hängt von den Massen der beteiligten Kerne ab (Details später).

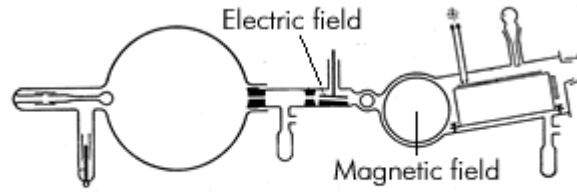


Einfach geladenes Ion im Aston-Spektrograph:

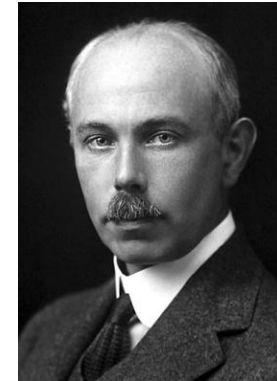
$$m = \frac{p^2}{2E_{kin}}$$

$$\frac{m \cdot v^2}{R_E} = e \cdot E \quad \rightarrow \quad E_{kin} = \frac{1}{2} e \cdot E \cdot R_E$$

$$\frac{m \cdot v^2}{R_B} = e \cdot v \cdot B \quad \rightarrow \quad p = e \cdot B \cdot R_B$$



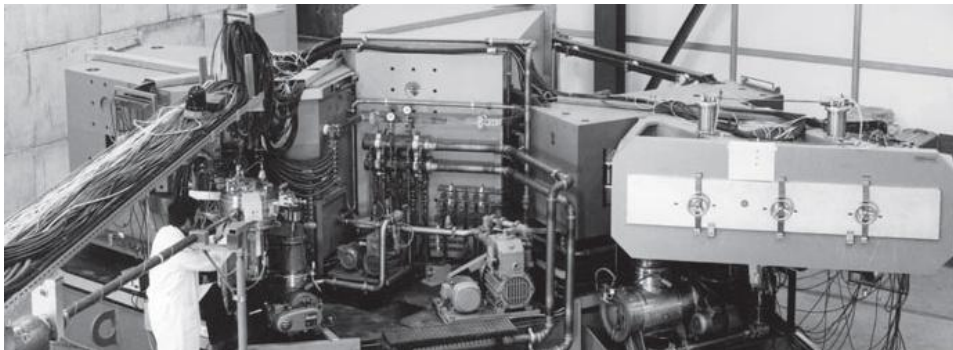
E -Feld im Zylinderkondensator
(R_E und R_B sind Radien in E/B -Feld)
homogenes B -Feld senkrecht zu v



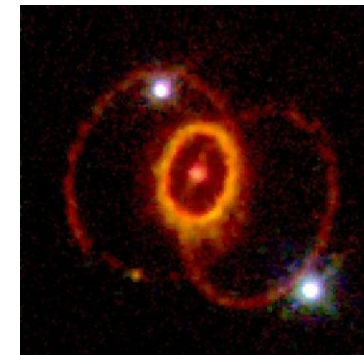
Francis William Aston
(1877 - 1945)

Durch die Ablenkung im B - und E -Feld in entgegengesetzte Richtung entsteht bei geeigneter Wahl der Parameter ein Fokus, in dem die verschiedenen Bahnen unabhängig von der Teilchengeschwindigkeit zusammenkommen. Dort befindet sich ein ortsempfindlicher Detektor (Fotoplatte, Drahtkammer, CCD...). Andere Spektrometer: präzise magnetische Spektrometer z.B. Q3D (Quadrupol+3 Dipole) oder Flugzeitspektrometer.

Der Verlauf der Bindungsenergie als Funktion der Masse wird durch das Tröpfchenmodell erklärt (s. weiter unten). Unterhalb von $A \approx 60$ lässt sich durch Fusion von Kernen Energie gewinnen, darüber durch Kernspaltung. Elemente bis Eisen (häufigstes Isotop ^{56}Fe) können durch Kernfusion in Sternen entstehen, schwerere Elemente stammen aus Supernova-Explosionen (explosionsartiger Kollaps von "ausgebrannten" Sternen aufgrund ihrer Gravitation). Die magischen Zahlen 2, 8, 20, 28, 50, 82, 126 werden durch das Schalenmodell erklärt.



Großer Massenspektrograph mit 3 Dipol- und einem Quadrupolmagneten.



Überrest der Supernova 1987A, die 1987 durch sichtbares Licht und erstmals auch durch Neutrinos nachgewiesen wurde.

d) Dichte von Kernmaterie Masse / Volumen

$$\frac{A \cdot m_{p,N}}{4/3 \cdot \pi \cdot r_0^3 \cdot A} = \frac{1,7 \cdot 10^{-27} \text{ kg}}{4,2 \cdot 2,2 \cdot 10^{-45} \text{ m}^3} \approx 1,8 \cdot 10^{17} \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \quad \text{vgl. Dichte eines Neutronensterns}$$

e) Kernspin

Der Kernspin I kann ganz- oder halbzahlige sein, da die Nukleonen halbzahligen Spin besitzen.

$$\vec{I} = \sum_i \vec{l}_i + \sum_i \vec{s}_i \quad \text{oder} \quad \vec{I} = \sum_i (\vec{l}_i + \vec{s}_i) \quad |\vec{I}| = \sqrt{I \cdot (I+1)} \cdot \hbar$$

Der Kernspin ergibt sich aus der Summe der Nukleonenspins und der Bahndrehimpulse (ls-Kopplung, leichte Kerne) oder der Summe der Gesamtdrehimpulse (Spin+Bahndrehimpuls) der Nukleonen (jj-Kopplung, schwerere Kerne). Im Grundzustand ist die Summe der Bahndrehimpulse meist (nicht immer) gleich 0.

f) Magnetisches Moment

analog zum magnetischen Moment der Elektronen

$$\vec{\mu}_I = g_I \cdot \mu_K \frac{\vec{I}}{\hbar} \quad \text{mit} \quad \mu_K = \frac{e}{2m_p} \hbar = 5,05 \cdot 10^{-27} \text{ J/T} \approx \mu_B / 1836$$

Kern-Magneton Bohrsches Magneton

Das Kern-Magneton dient als "natürliche Einheit" für magnetische Kernmomente.

Der Kern-Landé-Faktor ist $g_I = \frac{|\mu_I| / \mu_K}{|\vec{I}| / \hbar}$ (zur Erinnerung: für den Elektronenspin ist $g \approx 2$)

Dies drückt das Verhältnis von magnetischem Moment und Drehimpuls aus. Für die Nukleonen ist:

$$\mu_P = +2,79 \cdot \mu_K = +5,59 \cdot \mu_K \cdot \frac{1}{2}$$

$$g_P = 5,59$$

$$g_N = -3,83$$

Auch das elektrisch neutrale Neutron besitzt ein magnetisches Moment, da es aus geladenen Teilchen (Quarks) zusammengesetzt ist.

$$\mu_N = -1,91 \cdot \mu_K = -3,83 \cdot \mu_K \cdot \frac{1}{2}$$

Messmethoden

- Spektroskopie der Hyperfeinstruktur des 1s-Zustands im Wasserstoffatom
- genauere Methode: Zeeman-Aufspaltung im äußeren Magnetfeld $\Delta W = \vec{\mu} \cdot \vec{B}$
- Ablenkung im inhomogenen B-Feld

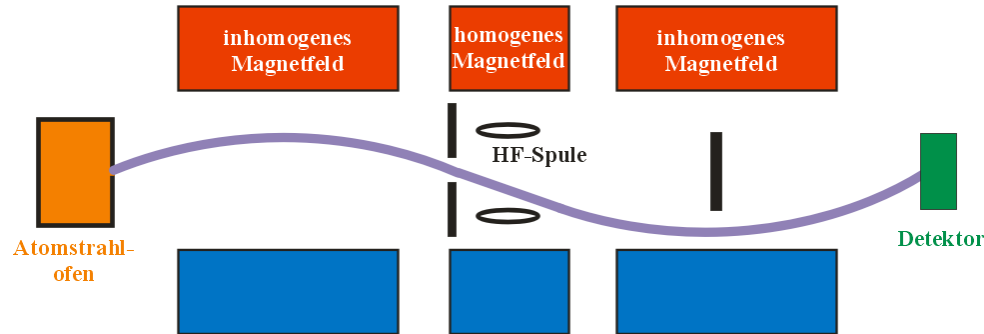
Rabi-Experiment:

- 1) Inhomogenes Magnetfeld A lenkt Wasserstoffatome aufgrund des magnetischen Moments ab.
- 2) In einem homogenen Magnetfeld C finden durch Einstrahlen einer Hochfrequenzwelle Übergänge zwischen den durch Zeeman-Effekt aufgespaltenen Niveaus ab.
- 3) Inhomogenes Magnetfeld B lenkt die Atome wieder aufgrund des magnetischen Moments ab.
- 4) Atome treffen den Detektor, wenn das magnetische Moment in A und B entgegengesetzt ist, d.h. wenn der Spin in C umgeklappt wurde.

Durch Variation des homogenen Felds in C und der Hochfrequenz findet man $\nu = \Delta W / h$.



Isidor Isaac Rabi (1898 – 1988)



Energieniveaus beim Grundzustand des Wasserstoffatoms ($l = 0, s = 1/2, j = 1/2, I = 1/2$):

Triplet: $F = 1$, spaltet im Magnetfeld in $m_F = +1, 0, -1$ auf

Singulett: $F = 0$, keine Aufspaltung

Insgesamt vier Übergänge mit $\Delta m_j = 1$, deren Energie vom Magnetfeld in C abhängt.

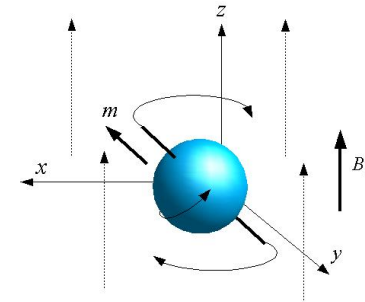
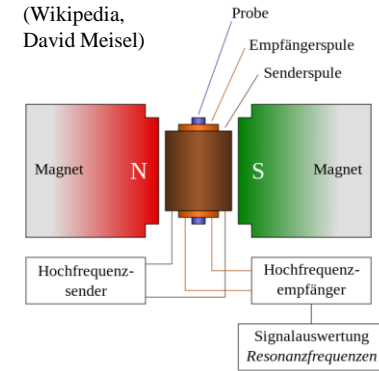
Kernresonanz-Spektroskopie

Magnetisches Moment präzidiert in einem homogenen Magnetfeld. Ein magnetisches HF-Feld einer Spule um die Probe klappt bei einer bestimmten Resonanzfrequenz (Larmor-Frequenz) die magnetischen Momente um, was durch eine Induktionsspannung in einer zweiten Spule nachgewiesen wird (die beiden Spulen sind senkrecht zueinander).

Anwendungen: Messung von Kernspinnmomenten

Kernspintomografie (Magnetresonanz-Tomografie MRT)

Messung von Magnetfeldern bei bekanntem Kernspin



Anmerkung zur Magnetresonanz-Tomografie (MRT)

Larmor-Frequenz ω_L

$$\Delta m = \pm 1: \quad \Delta V = g \cdot \mu_K \cdot B = \hbar \cdot \omega_L$$

$$\omega_L = g \cdot \frac{\mu_K}{\hbar} \cdot B = \frac{e}{2m_p} \cdot B$$

Die Ortsauflösung entsteht durch einen Gradient des magnetischen Felds B , d.h. die Larmorfrequenz hängt vom Ort ab. Die Stärke der Magnetfelder, die mit supraleitenden Magneten erzeugt werden, beträgt bis zu 3 T.

Beispiel: Larmorfrequenz für Protonen bei 1 T:

$$\omega_{Larmor} = 5,59 \cdot \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}}{2 \cdot 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}} \cdot 1 \frac{\text{Vs}}{\text{m}^2} = 2,68 \cdot 10^8 \frac{\text{C}}{\text{kg}} \frac{\text{kg m}^2}{\text{C s}^2} \frac{\text{s}}{\text{m}^2} = 2,68 \cdot 10^8 \frac{1}{\text{s}}$$

$$f_{Larmor} = 42,6 \text{ MHz}$$

Umgeklappte Kernspins induzieren eine Wechselspannung in der Messspule, deren Stärke als Funktion der Zeit abhängt von

- Stärke des Magnetfelds (ortsabhängig durch z.T. zeitabhängige Gradienten)
- Protonendichte im Gewebe (Wasserstoff-Anteil)
- gewebeabhängige Relaxationszeit nach Abschalten des HF-Pulses

(durch Wechselwirkung mit den umgebenden Atomen richten sich die Protonenspins mit exponentieller Zeitabhängigkeit wieder entlang des Magnetfelds aus).

g) Elektrisches Quadrupolmoment von Atomkernen

Ein magnetisches Dipolmoment kann man sich als durch einen Kreisstrom verursacht vorstellen.

Ein elektrisches Dipolmoment würde eine unsymmetrische Ladungsverteilung erfordern, was im Grundzustand Atomkernen nicht auftritt (bei der sog. "Riesenresonanz" können Protonen und Neutronen gegeneinander schwingen).

Eine Abweichung von der Kugelform (z.B. in Gestalt eines Rotationsellipsoiden) bewirkt ein elektrisches Quadrupolmoment. Dafür muss eine Achse ausgezeichnet sein, was bei Kernen mit Kernspin $\neq 0$ der Fall ist.

Allgemein kann eine Ladungsverteilung nach Multipolen entwickelt werden (s. Elektrodynamik):

Monopol: Skalar (gibt die Gesamtladung an)

Dipol: Vektor (hängt von der Orientierung der entgegengesetzten Ladungen ab)

Quadrupol: Tensor (hängt von der Abweichung der Kugelsymmetrie ab)

Für rotationssymmetrische Ladungsverteilungen

um die z-Achse ist das Quadrupolmoment definiert als
$$Q = \frac{1}{e} \int \rho(\vec{r}) \cdot (3z^2 - r^2) \cdot d\vec{r}$$

Ein beobachtbares Quadrupolmoment ergibt sich nur für Kerne mit $I \geq 1$.

Unter der Annahme eines Ellipsoid mit den Halbachsen a und b ist der mittlere Radius $\langle R \rangle = \sqrt[3]{a \cdot b^2}$

$a > b$: Kern ist "prolat" (zigarrenförmig)

$a < b$: Kern ist "oblat" (scheibenförmig)

Der Deformationsparameter $\delta = (b - a) / \langle R \rangle$ ist typisch um 0,01, kann aber Werte bis ca. 0,1 annehmen.

Bestimmung der Quadrupolmoments: Vermessung der Hyperfeinstruktur der Elektronenhülle.

5.2 Streuprozesse

- elastische Streuung
- inelastische Streuung (Kern wird angeregt)
- reaktive Streuung, Kernreaktionen (Kern wird verändert)

Schreibweise (in Beispielen):

