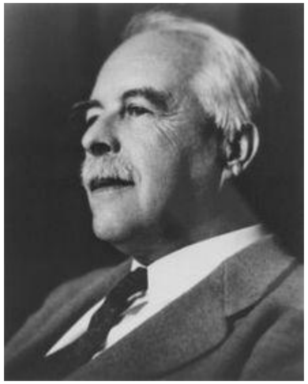
2.3 Eigenschaften des Photons



Gilbert N. Lewis
(1875 - 1946)
prägte 1926 den Begriff
"Photon"

Existenz des Photons

- Spektrum des schwarzen Körpers
- photoelektrischer Effekt
- Compton-Effekt (Photon-Elektron-Streuung, später)
- direkt nachweisbar (z.B. Photomultiplier, Photodioden)

Energie *E* $E = h \cdot \upsilon = \hbar \cdot \omega = \dfrac{h \cdot c}{\lambda} = \dfrac{\hbar \cdot c}{\lambda\!\!\!^-} = \hbar \cdot k \cdot c$ mit $k = \dfrac{2\pi}{\lambda}$

Photonendichte *n* = Energiedichte w / hν

$$n = \frac{w}{h \cdot \upsilon} \qquad [w] = \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{m}^3} \qquad [n] = \frac{1}{\mathrm{m}^3}$$

Photonenflussdichte *j* = Photonenzahl / (Fläche A · Zeit Δt)

Annahme: Würfel mit Kantenlänge a, Volumen V

$$j = \frac{n \cdot V}{A \cdot \Delta t} = \frac{n \cdot a^3}{a^2 \cdot a / c} = n \cdot c$$

Albert Einstein 1951 an Michele Besso:
„Die ganzen 50 Jahre bewusster Grübelei haben mich der Antwort der Frage ‚Was sind Lichtquanten' nicht näher gebracht. Heute glaubt zwar jeder Lump, er wisse es, aber er täuscht sich...“

Intensität = Energie / (Fläche·Zeit) = Leistung / Fläche

Licht als Photonenstrom: $I = \dfrac{w \cdot V}{A \cdot \Delta t} = w \cdot c = n \cdot h\nu \cdot c = j \cdot h\nu$

$$[I] = \frac{1}{\mathrm{m}^3} \cdot \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot \frac{\mathrm{J} \cdot \mathrm{s}}{\mathrm{s}} = \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2}$$

Licht als el.mag. Welle: $I = c \cdot \varepsilon_0 \cdot \overline{E}^2 = \dfrac{1}{2} c \cdot \varepsilon_0 \cdot E_{max}^2$

$$[I] = \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot \frac{\mathrm{A} \cdot \mathrm{s}}{\mathrm{V} \cdot \mathrm{m}} \cdot \frac{\mathrm{V}^2}{\mathrm{m}^2} = \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2}$$

Masse des Photons

Photonen haben keine Masse und bewegen sich mit Lichtgeschwindigkeit

$$m_0 = 0 \qquad E = \sqrt{m_0 \cdot c^4 + p^2 \cdot c^2} = p \cdot c$$

Impuls des Photons

$$p = \frac{E}{c} = \frac{h \cdot \upsilon}{c} = \frac{\hbar \cdot \omega}{c} = \hbar \cdot k$$

als Vektor:

$$\vec{p} = \hbar \cdot \vec{k}$$

Photonen im Gravitationspotenzial ϕ

$$m = \frac{E}{c^2} = \frac{h \cdot \upsilon}{c^2}$$

formale Zuweisung einer Masse

$$W = m \cdot \Delta\phi = \frac{h\nu}{c^2}\Delta\phi = h \cdot \Delta\upsilon \quad \rightarrow \quad \frac{\Delta\nu}{\nu} = \frac{\Delta\phi}{c^2}$$

z.B. $$\frac{g \cdot h}{c^2} = \frac{9{,}8\,\mathrm{m/s}^2 \cdot 23\,\mathrm{m}}{9 \cdot 10^{16}\,\mathrm{m}^2/\mathrm{s}^2} = 2{,}5 \cdot 10^{-15}$$

Photonen, die sich im Gravitationspotenzial bewegen, ändern ihre Frequenz, z.B. bei einem Lichtstrahl an der Erdoberfläche nach oben wird die Frequenz kleiner ("Rotverschiebung")

Experiment:
R.V. Pound and G. A. Rebka,
Phys. Rev. Lett. 4 (1960), 337.

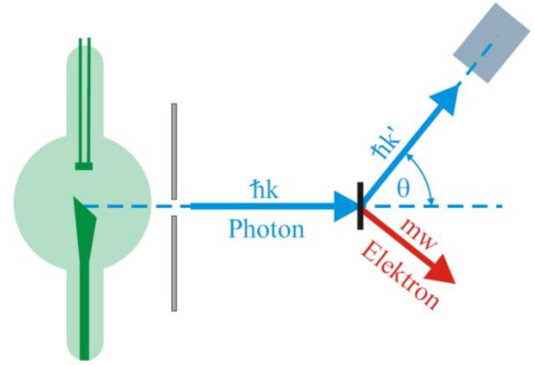
Messung der Frequenzänderung mit dem Mößbauer-Effekt (Dopplerverschiebung von Gammastrahlung durch Bewegung von Quelle oder Detektor)

Drehimpuls ("spin")

$$\vec{s} = \pm\hbar \cdot \vec{e}_k$$

für rechts/links zirkulare Polarisation

Der Compton-Effekt




Arthur Compton
(1892 - 1962)

Energiesatz

$$h\cdot\upsilon = h\cdot\upsilon' + E_{kin} = h\cdot\upsilon' + m_0\cdot\gamma\cdot c^2 - m_0\cdot c^2$$

(nach 2. Term auflösen und quadrieren)

$$m_0^2\cdot\gamma^2\cdot c^4 = \left\{h\cdot(\upsilon-\upsilon') + m_0\cdot c^2\right\}^2 = h^2\cdot(\upsilon-\upsilon')^2 + m_0^2\cdot c^4 + 2m_0\cdot c^2\cdot h\cdot(\upsilon-\upsilon')$$

$$m_0^2\cdot c^4\cdot(\gamma^2-1) = m_0^2\cdot c^4\cdot\left(\frac{1}{1-\beta^2}-1\right) = m_0^2\cdot c^4\cdot\frac{\beta^2}{1-\beta^2} = \underline{m_0^2\cdot\gamma^2\cdot c^2\cdot w^2}$$

$$= h^2\cdot(\upsilon-\upsilon')^2 + 2m_0\cdot c^2\cdot h\cdot(\upsilon-\upsilon') = h^2\cdot\left(\upsilon^2+\upsilon'^2-2\upsilon\cdot\upsilon'\right) + 2m_0\cdot c^2\cdot h\cdot(\upsilon-\upsilon')$$

(I)

Impulssatz

$\hbar\cdot\vec{k} = \hbar\cdot\vec{k}' + m_0\cdot\gamma\cdot\vec{w}$ (*w* ist die Elektronengeschwindigkeit. Nach 3. Term auflösen, quadrieren, mit c^2 erweitern)

$$\underline{m_0^2\cdot\gamma^2\cdot c^2\cdot w^2} = \hbar^2\cdot c^2\cdot\left(k^2+k'^2-2k\cdot k'\cdot\cos\theta\right) = h^2\cdot\left(\upsilon^2+\upsilon'^2-2\upsilon\cdot\upsilon'\cdot\cos\theta\right)$$

(II)

(I) und (II) gleichgesetzt

Compton-Streuformel

$$-h^2\cdot 2\upsilon\cdot\upsilon' + 2m_0\cdot c^2\cdot h\cdot(\upsilon-\upsilon') = -h^2\cdot 2\upsilon\cdot\upsilon'\cdot\cos\theta$$

$$\frac{\upsilon-\upsilon'}{\upsilon\cdot\upsilon'} = \frac{h}{m_0\cdot c^2}\cdot(1-\cos\theta);\qquad \lambda\cdot\lambda'\frac{c/\lambda - c/\lambda'}{c^2} = \frac{h}{m_0\cdot c^2}\cdot 2\sin^2\frac{\theta}{2} \quad\rightarrow$$

$$\boxed{\begin{aligned}\lambda_c &\equiv \frac{h}{m_0\cdot c}\\ \lambda'-\lambda &= 2\lambda_c\cdot\sin^2\frac{\theta}{2}\end{aligned}}$$

Anmerkungen zur Compton-Wellenlänge λ_c: $\lambda'-\lambda = \lambda_c$ für $\theta = 90^\circ$ $\qquad \lambda_c = \frac{h\cdot c}{m_0\cdot c^2} = \frac{h\cdot\nu\cdot\lambda}{m_0\cdot c^2} \rightarrow \frac{\lambda_c}{\lambda} = \frac{E_{\text{Photon}}}{E_{\text{Elektron}}}$