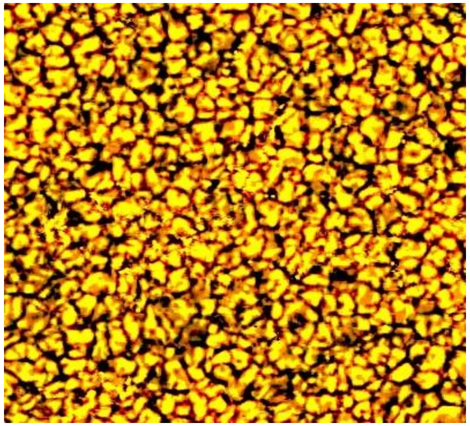
Transport von Wärme

- **Wärmeleitung:** Transport von Wärme ohne Teilchentransport
- **Konvektion:** durch Wärme getriebene Strömung von Gas/Flüssigkeit
- **Strahlung:** Emission elektromagnetischer Strahlung ("Licht")



Konvektion an der Sonnenoberfläche

Wärmestrahlung

Emittierte Leistung
ε : Emissionsvermögen

Absorbierte Leistung
A : Absorptionsvermögen
S: Strahlungsdichte

$$\boxed{\begin{aligned} P_{emittiert} &= \varepsilon \cdot dF \cdot d\Omega \cdot d\nu \\ P_{absorbiert} &= A \cdot S \cdot dF \cdot d\Omega \cdot d\nu \end{aligned}}$$

Leistung jeweils pro Fläche dF, Frequenz-intervall $d\nu$ und Raumwinkel $d\Omega$

$A = 1$ max. Absorptions- und Emissionsvermögen ("Schwarzer Körper")

Betrachte zwei gegenüberliegende Platten gleicher Temperatur:
Im Gleichgewicht gilt für jede Platte:

$$P_{emittiert} = P_{absorbiert} \quad \text{oder} \quad \frac{P_{emittiert}}{P_{absorbiert}} = 1$$

(sonst würde sich die Temperatur der Platten ändern, d.h. kein Gleichgewicht)

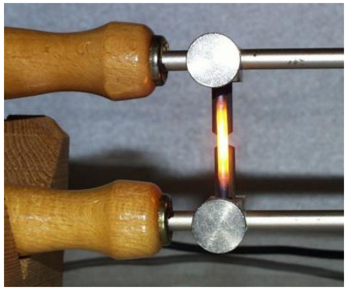
$$\boxed{\begin{aligned} \varepsilon &= A \cdot S \\ \varepsilon &= S \end{aligned}}$$

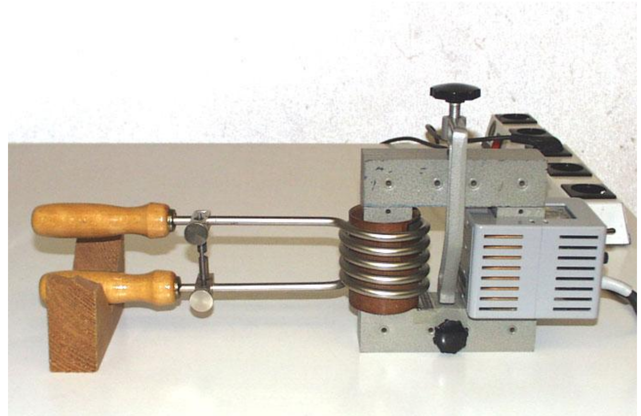
d.h. ein Körper, der stärker absorbiert, hat auch ein höheres Emissionvermögen

für einen "Schwarzen Körper" mit A = 1

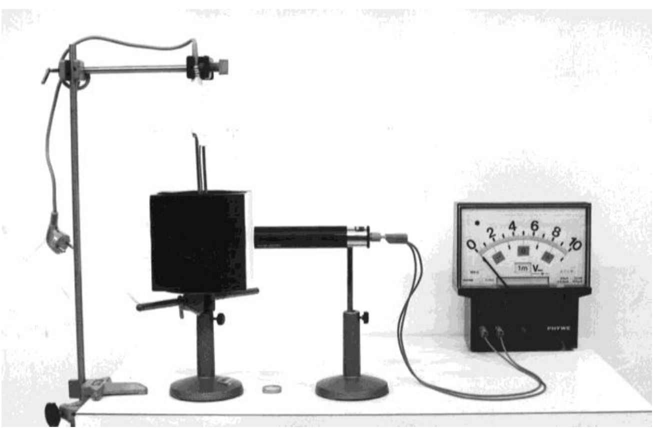
Kirchhoffsches Strahlungsgesetz

Versuche zur Strahlungsemission





Glühender Nagel: Ein Nagel wird von Strom aus der Sekundärspule (mit wenigen Windungen) eines Transformators durchflossen und erhitzt. Der Strom wird über einen Ringkerntrafo im Primärkreis des Transformators geregelt. Je höher der Strom, desto heißer der Nagel, der zunächst dunkelrot und bei hohem Strom (um 200 A) hell orange leuchtet.
Der Versuch endet erfolgreich, wenn der Nagel durchschmilzt und eines seiner Teile ein Loch in den Tisch brennt.



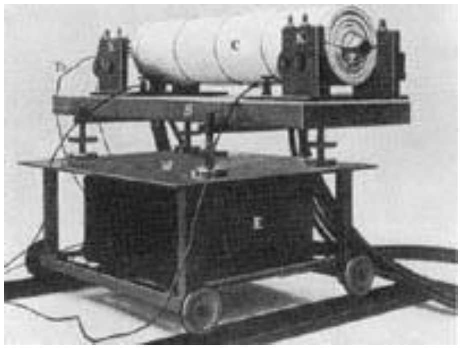
Leslie-Würfel: Ein hohler Würfel ist mit heißem Wasser gefüllt, so dass alle Seitenflächen dieselbe Temperatur besitzen.
Ein Strahlungsmessgerät (sog. Thermosäule, die aus mehreren Thermoelementen besteht) misst für jede Oberfläche eine andere emittierte Leistung, d.h. das Emissionsvermögen der Oberflächen unterscheidet sich. Messwerte in der Vorlesung :

Metall schwarz lackiert	3,1 mV
Metall weiß lackiert	3,1 mV
Metall matt	1,1 mV
Metall blank	0,7 mV

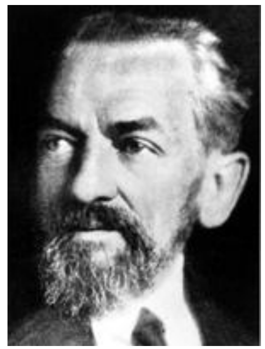
Lackiertes Metall hat offensichtlich ein weit höheres Absorptions- und Emissionsvermögen als mattes oder gar blankes Metall. Ich relevanten Wellenlängenbereich (spektrales Maximum bei 7,8 μm für 100° C, also weit im Infrarotbereich), scheint der Unterschied zwischen schwarzer und weißer Farbe gering zu sein.

"Schwarzer Körper": Hohlraum mit kleiner Öffnung

Einfallende Strahlung erleidet vielfache Reflexion, geringe Wahrscheinlichkeit des Wiederaustritts

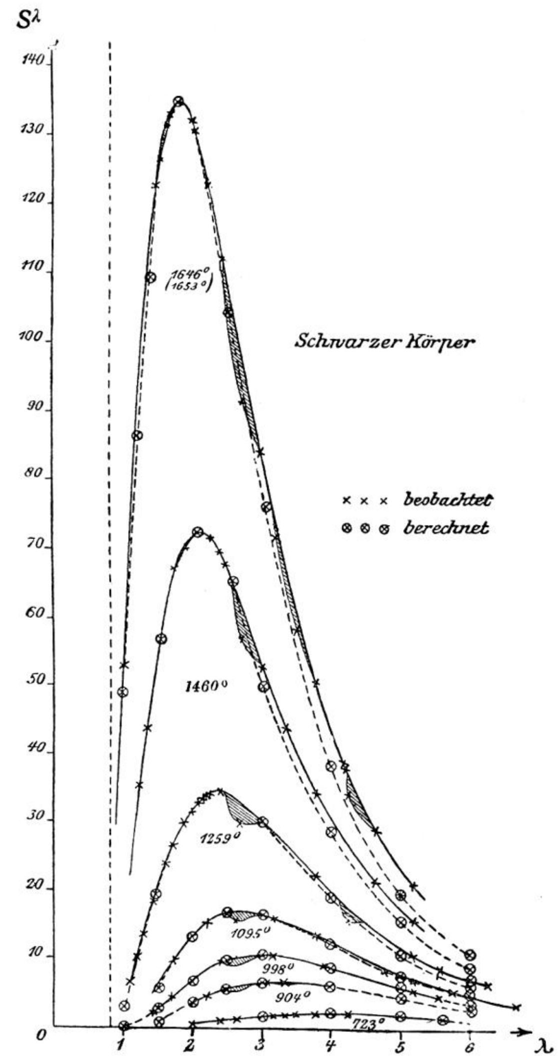


Schw. Strahler nach Lummer-Kurlbaum



Otto Lummer
1860-1925

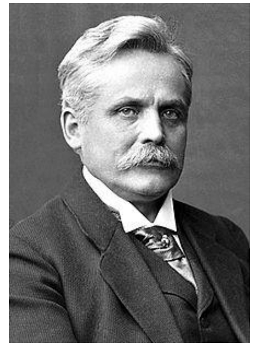
Gegen Ende des 19. Jahrhunderts wurde das Spektrum der Strahlung eines "Schwarzen Körpers" (oder auch "Hochlraumstrahlung") eingehend untersucht, u.a. von O. Lummer an der Physikalisch-Technischen Reichanstalt in Berlin. Für die Strahlungsleistung im lang- und kurzwelligen Bereich gab es jeweils ein Gesetz (nach Wien bzw. nach Rayleigh und Jeans). Im Oktober 1900 gab Max Planck, Professor an der Friedrich-Wilhelms-Universität in Berlin eine "glücklich erratene Interpolationsformal" bekannt, die in allen Bereichen hervorragend zu den experimentellen Ergebnissen passte. Im Dezember 1900 formulierte er das Strahlungsgesetz, das als Beginn der Quantenmechanik gilt.



2. Grundlagen der Quantenmechanik
2.1 Das Spektrum des schwarzen Körpers

Josef Stefan
1835-1893

Ludwig Boltzmann
1844-1906



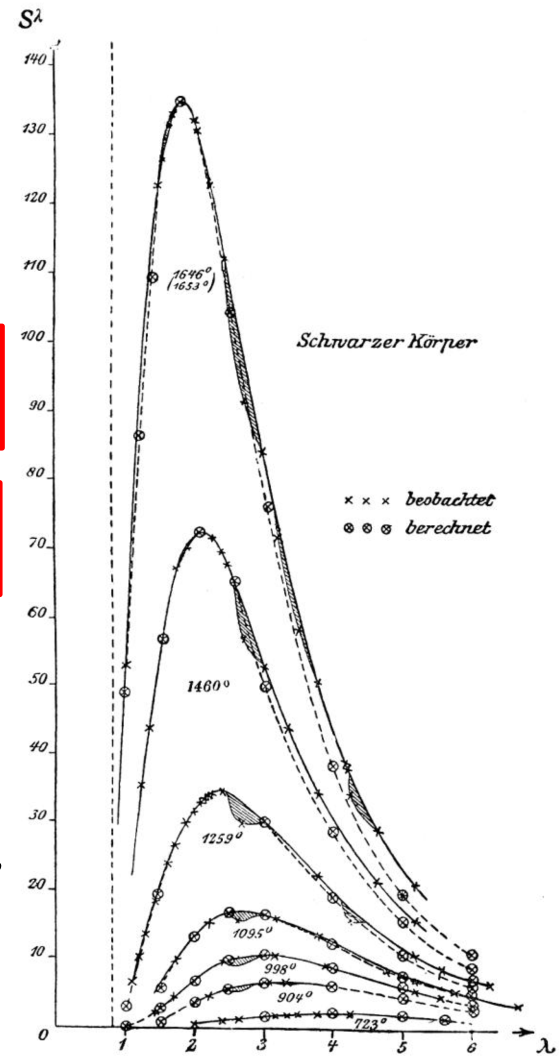
Wilhelm Wien
1864-1928

Stefan-Boltzmann-Gesetz (1873)
von der Fläche *A* emittierte Leistung

$$\boxed{P = 5{,}67 \cdot 10^{-8} \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m^2 K^4}} \cdot A \cdot T^4}$$

Wiensches Verschiebungsgesetz (1896)
Wellenlänge des spektralen Maximums

$$\boxed{\lambda_{max} = 2898\,\mu\mathrm{m} \cdot \frac{\mathrm{K}}{T}}$$



Beispiel: Temperatur auf der Sonnenoberfläche

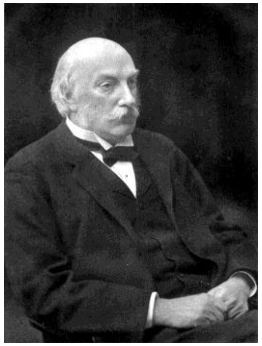
a) spektrales Maximum bei 500 nm: $T = \dfrac{2898\,\mu\mathrm{m\,K}}{0{,}5\,\mu\mathrm{m}} \approx 5800\,\mathrm{K}$

b) mit dem Stefan-Boltzmann-Gesetz: Solarkonstante ca. 1400 W/m^2,
Sonnenradius $7 \cdot 10^8$ m; Sonnenabstand $1{,}5 \cdot 10^{11}$ m

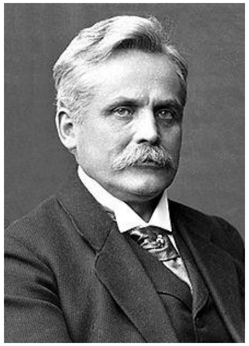
$$T^4 = \frac{1400\ \mathrm{W\,m^2\,K^4}}{5{,}67 \cdot 10^{-8}\ \mathrm{W}} \left(\frac{1{,}5 \cdot 10^{11}\ \mathrm{m}}{7 \cdot 10^{8}\ \mathrm{m}}\right)^2 \quad \rightarrow \quad T \approx 5800\,\mathrm{K}$$

Interpolation zweier Strahlungsgesetze

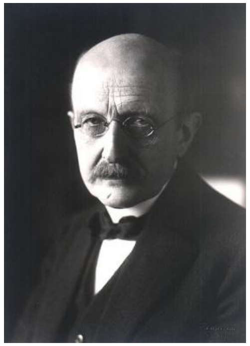
Sir James Jeans
1877-1946



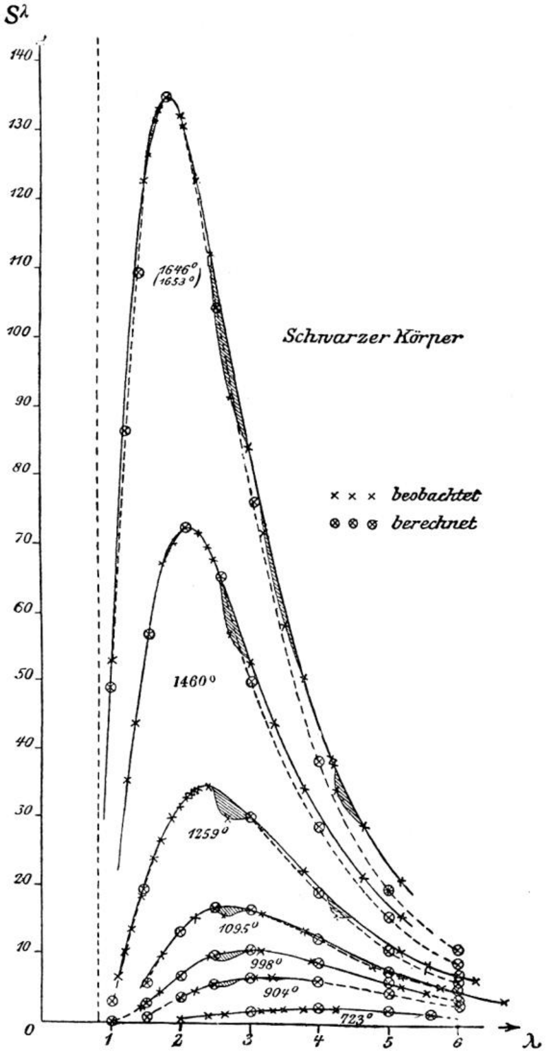
John Strutt
(Baron Rayleigh)
1842-1919



Wilhelm Wien
1864-1928



Max Planck
1858-1947



Wiensches Strahlungsgesetz (für kleine Wellenlängen)

$$P(\lambda)\cdot d\lambda \propto \frac{1}{\lambda^5}\cdot\frac{1}{\exp\left(\frac{\text{const.}}{\lambda\cdot T}\right)}\cdot d\lambda$$

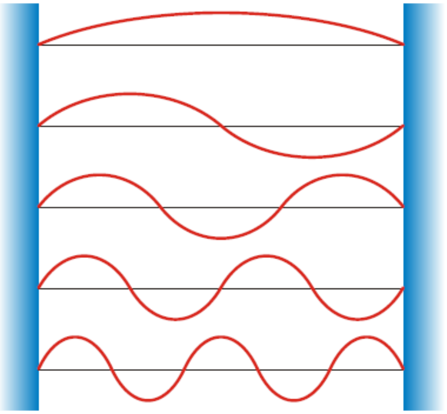
Rayleigh-Jeans-Gesetz (für große Wellenlängen)

$$P(\lambda)\cdot d\lambda \propto \frac{1}{\lambda^4}\cdot d\lambda$$

Plancksche "Interpolation"

$$P(\lambda)\cdot d\lambda \propto \frac{1}{\lambda^5}\cdot\frac{1}{\exp\left(\frac{\text{const.}}{\lambda\cdot T}\right)-1}\cdot d\lambda$$

Herleitung (erster Teil)

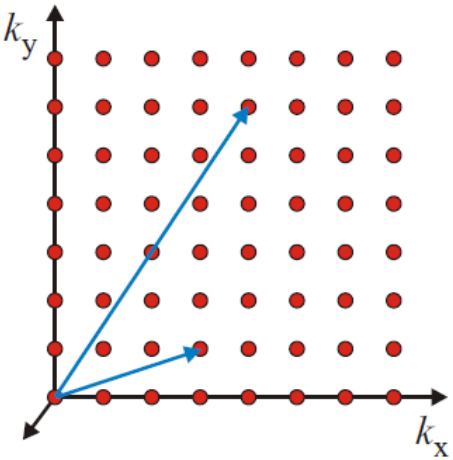


Schwingungsmoden im Hohlraumresonator

1-dimensionale Betrachtung (*n* ganzzahlig)

$$n \cdot \frac{\lambda}{2} = a \quad \rightarrow \quad k = \frac{\pi}{a} n \quad \text{mit} \quad k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

Verallgemeinerung auf 3 Dimensionen (*n*, *m*, *q* ganzzahlig)



$$k = \frac{\pi}{a}\sqrt{n^2 + m^2 + q^2}$$

$$V_E = \frac{\pi^3}{a^3}$$ Volumen der Einheitszelle im *k*-Raum

$$V_k = \frac{1}{8} \cdot \frac{4\pi}{3} \cdot k^3$$ Volumen einer 1/8 Kugel mit Radius *k* im *k*-Raum

$$N_k = 2\frac{V_k}{V_E} = \frac{1}{3}\frac{a^3}{\pi^2}k^3$$ Zahl der Moden bis zur Wellenzahl *k*
(Faktor 2 weil 2 Polarisationsrichtungen)

$$\frac{N_k}{V} = \frac{N_k}{a^3} = \frac{1}{3\pi^2}k^3 = \frac{8\pi}{3c^3}\upsilon^3 \quad \text{mit} \quad k = \frac{2\pi\upsilon}{c}$$ Zahl der Moden bis zur Frequenz υ
pro Volumen des Resonators

$$\frac{d}{d\upsilon}\left(\frac{N_k}{V}\right) = \frac{8\pi}{c^3}\upsilon^2 \quad \rightarrow \quad \boxed{\frac{8\pi}{c^3}\upsilon^2 d\upsilon}$$ Zahl der Moden im Frequenzintervall υ *und* $\upsilon + d\upsilon$
pro Volumen des Resonators ("spektrale Modendichte")