

ÜBUNGEN ZUR
EXPERIMENTALPHYSIK III (BACHELOR-STUDIENGANG MEDIZINPHYSIK)
WINTERSEMESTER 2015/2016

– BLATT 6 –

Ausgabe am 27.11.2015

Abgabe am 04.12.2015 bis 14:00 (Kasten 210 im Foyer des Physik-Gebäudes)

Lösungen bitte handschriftlich und dokumentenecht (Kuli o.ä.) in Papierform. Maximal vier Teilnehmer/innen können eine gemeinsame Lösung einreichen. Bitte heften Sie alle Blätter zusammen, geben Sie auf der ersten Seite alle Namen und die Übungsgruppe (oben rechts) an sowie auf den folgenden Seiten mindestens einen Namen.

Der Lösungsweg muss nachvollziehbar sein.

Aufgabe 1: Quantenzahlen zur Beschreibung des Wasserstoffatoms (2 Punkte)

Betrachten Sie die Zustände des Wasserstoffatoms mit den Hauptquantenzahlen $n = 1$ bis 3.

- a) Fertigen Sie eine Liste aller möglichen Zustände mit den Quantenzahlen l und m an.
- b) Tragen Sie in die Liste ein, welche zugeordneten Legendre-Funktionen $P_l^m(x)$ und welche zugeordneten Laguerre-Polynome $L_q^p(x)$ benötigt werden, um die Wellenfunktionen der aufgelisteten Zustände zu berechnen?

Aufgabe 2: Wellenfunktionen der Zustände des Wasserstoffatoms (7 Punkte)

Betrachten Sie die Zustände des Wasserstoffatoms mit den Hauptquantenzahlen $n = 1$ und 2.

- a) Berechnen Sie anhand der Formel $P_l(x) = \frac{1}{2^l \cdot l!} \left(\frac{d}{dx} \right)^l (x^2 - 1)^l$ (der sog. Rodrigues-Formel)

sowie $P_l^m(x) = (1 - x^2)^{|m|/2} \left(\frac{d}{dx} \right)^{|m|} P_l(x)$ die benötigten zugeordneten Legendre-Polynome.

- b) Berechnen Sie die benötigten zugeordneten Laguerre-Polynome anhand der Formeln

$$L_q(x) = e^x \left(\frac{d}{dx} \right)^q (e^{-x} \cdot x^q) \quad \text{und} \quad L_{q-p}^p(x) = (-1)^p \left(\frac{d}{dx} \right)^p L_q(x).$$

Anmerkung: Es existieren verschiedene Definitionen dieser Polynome, die sich aber nur in der Normierung unterscheiden.

- c) Schreiben Sie die Wellenfunktionen der betrachteten Zustände ohne Berücksichtigung der Normierung auf (d.h. ignorieren Sie konstante Faktoren) und skizzieren Sie grafisch und qualitativ die jeweilige Aufenthaltswahrscheinlichkeit des Elektrons als Funktion des Polarwinkels θ (am besten in einem Polardiagramm) sowie des Radius r .
- d) Geben Sie aufgrund der Eigenschaften der Wellenfunktion des Grundzustands ($n = 1$) ohne Rechnung die Erwartungswerte $\langle \hat{x} \rangle$ und $\langle \hat{p}_x \rangle$ für Ort und Impuls entlang der x -Achse an.
- e) Wie könnte man überprüfen, ob für den Grundzustand die Unschärferelation für Ort und Impuls entlang der x -Achse erfüllt ist? Die Rechnung muss nicht durchgeführt werden.

(bitte wenden)

Aufgabe 4: Kurzfragen (2 Punkte)

- a) Welche experimentellen Befunde rechtfertigen die Bezeichnungen „Drehimpulsquantenzahl“ und „magnetische Quantenzahl“ für l und m ?
- b) Wie könnte man die Variation der Magnetfeldstärke an der Sonnenoberfläche messen (ohne sich an diesen ungemütlichen Ort zu begeben)?