ÜBUNGEN ZUR
EXPERIMENTALPHYSIK III (BACHELOR-STUDIENGANG MEDIZINPHYSIK)
WINTERSEMESTER 2015/2016

– BLATT 4 –

Ausgabe am 13.11.2015
*Abgabe am 20.11.2015 bis 14:00 (Kasten **210** im Foyer des Physik-Gebäudes)*

Lösungen bitte handschriftlich und dokumentenecht (Kuli o.ä.) in Papierform. Maximal vier Teilnehmer/innen können eine gemeinsame Lösung einreichen. Bitte heften Sie alle Blätter zusammen, geben Sie auf der ersten Seite alle Namen und die Übungsgruppe (oben rechts) an sowie auf den folgenden Seiten mindestens einen Namen.
Der Lösungsweg muss nachvollziehbar sein.

Aufgabe 1: Spektrum des Wasserstoffatoms (4 Punkte)

a) Berechnen Sie für die Lyman-, Balmer- und Paschen-Serie ($n_1 = 1,2,3$) des Wasserstoffatoms die jeweils kleinste und größte Frequenz, Wellenlänge und Photonenenergie. Wie ändern sich die Werte (ein Beispiel genügt), wenn man statt der Rydbergkonstante R_∞, bei der die Masse des Atomkerns als ∞ angenommen wurde, die tatsächliche Masse des Protons berücksichtigt?

b) Angenommen, Sie haben ein Gitterspektrometer mit einem Auflösungsvermögen von $\Delta\lambda / \lambda = 10^{-5}$ (oft auch so definiert: $\lambda / \Delta\lambda = 10^5$). Ermitteln Sie durch Probieren, bis zu welchem Zustand *n* der Lyman-Serie zwei benachbarte Linien noch getrennt werden?

Aufgabe 2: Wellenfunktion im unendlichen hohen Potenzialtopf (5 Punkte)

Zur Zeit $t = 0$ wird ein Teilchen in einem unendlich hohen rechteckigen Potenzialtopf der Breite a ($0 \le x \le a$) durch die Wellenfunktion

$$\Psi(x,0) = A \cdot x \cdot (a - x)$$

beschrieben. Diese Wellenfunktion ist eine Linearkombination der Energie-Eigenfunktionen

$$\Psi(x,0) = \sum_{n=1}^{\infty} c_n \cdot \psi_n(x).$$

a) Bestimmen Sie A aus der Normierungsbedingung für Wellenfunktionen.

b) Berechnen Sie die Koeffizienten c_n der Linearkombination, aber bitte nicht für jedes n einzeln (das würde unendlich lange dauern), sondern verwenden Sie einen allgemeinen Ausdruck für $\psi_n(x)$. Hinweise zu den Integralen, die bei dieser Rechnung auftreten:

$$\int x \cdot \sin(b \cdot x) \cdot dx = \frac{1}{b^2} \cdot \sin(b \cdot x) - \frac{1}{b} \cdot x \cdot \cos(b \cdot x)$$

$$\int x^2 \cdot \sin(b \cdot x) \cdot dx = \frac{2}{b^3} \cdot \cos(b \cdot x) + \frac{2}{b^2} x \cdot \sin(b \cdot x) - \frac{1}{b} \cdot x^2 \cdot \cos(b \cdot x)$$

c) Schätzen Sie den Erwartungswert der Energie, indem Sie Beiträge bis $n = 5$ berücksichtigen.

(bitte wenden)

Aufgabe 3: Kurzfragen (2 Punkte)

a) Für ein Teilchen im unendlich hohen rechteckigen Potenzialtopf nimmt die de-Broglie-Wellenlänge umgekehrt proportional zur Quantenzahl n ab, d.h. die Frequenz nimmt linear zu. Warum wachsen die Energie-Eigenwerte nicht linear mit n, sondern quadratisch?

b) Ein quantenmechanisches Objekt habe drei mögliche Energieeigenwerte: E_1 E_2 E_3. Der Energieerwartungswert für eine bestimmte Wellenfunktion ist genau der Wert von E_2. Was kann man über die Wellenfunktion und die voraussichtlichen Resultate einzelner Messungen sagen?