

ÜBUNGEN ZUR  
PHYSIK A/B 1 (BACHELOR ELEKTROTECHNIK & INFORMATIONSTECHNIK)  
SOMMERSEMESTER 2016

– Lösungsvorschlag zu BLATT 14 (ohne Gewähr, bei Fragen bitte melden) –

### Aufgabe 1: Betatron

a) Das Induktionsgesetz besagt  $\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\iint \dot{\vec{B}} \cdot d\vec{a}$ .

Für den vorliegenden Fall vereinfacht sich dies zu  $E \cdot 2\pi \cdot R = -\pi \cdot R^2 \cdot \langle \dot{B} \rangle$ .

Aufgelöst nach  $E$ , ergibt sich die beschleunigende Kraft:  $F_B = -e \cdot E = \frac{1}{2} e \cdot R \cdot \langle \dot{B} \rangle$ .

b) Zentripetalkraft = Lorentzkraft:  $\frac{m \cdot v^2}{R} = -e \cdot v \cdot B_R$  und damit  $p = m \cdot v = -e \cdot B_R \cdot R$ .

c)  $\dot{p} = -e \cdot \dot{B}_R \cdot R = F_B = \frac{1}{2} e \cdot R \cdot \langle \dot{B} \rangle$ , wobei sich  $e \cdot R$  wegekürzt.

Auflösen nach  $\dot{B}_R$  und Betrag bilden ergibt  $|\dot{B}_R| = \frac{1}{2} \langle \dot{B} \rangle$ .

Beim Integrieren sollte man die Integrationskonstante nicht vergessen:  $|B_R| = \frac{1}{2} \langle B \rangle + B_0$ .

Die Wideröe-Bedingung besagt, dass das Magnetfeld am Ort der Bahn stets halb so groß ist wie das mittlere von der Bahn eingeschlossene Magnetfeld. Dies gilt für den Anteil des Felds, der sich zeitlich ändert. Dem darf sich ein zeitlich konstantes Feld  $B_0$  überlagern.

d) zugeführte Energie = Kraft  $\times$  Weg. Die Kraft ist dadurch begrenzt, dass das Magnetfeld nicht beliebig lange ansteigen kann, sondern durch das maximal mögliche Feld (Sättigung des Eisenjochs des Magneten) limitiert ist. Die Kraft steigt auch mit dem Bahnradius, dem praktische Grenzen gesetzt sind. Die Anstiegsrate  $\dot{B}$  zu steigern würde zwar die Kraft erhöhen, aber die Anstiegszeit und damit den Weg verringern. Elektronen fliegen fast mit Lichtgeschwindigkeit  $c$ , während Protonen mit  $v \ll c$  während der Anstiegszeit des Felds viel weniger Weg zurücklegen und damit wenig an Energie gewinnen.

### Aufgabe 2: Antiker Zahnstocher

a) Die Zahl der Zerfälle in 10 Tagen (864000 Sekunden) entspricht 0,0169 Bq. Auf 1 Gramm bezogen sind dies 0,169 Bq/g. Die Halbwertszeit von 5730 Jahren entspricht einer exponentiellen Zerfallszeit von  $\tau = 8267$  Jahre (Faktor  $1/\ln 2$ ). Damit:

$$A(t) = A_0 \cdot e^{-t/\tau} \rightarrow \ln \frac{A(t)}{A_0} = -\frac{t}{\tau} \rightarrow t = \tau \cdot \ln \frac{A_0}{A(t)} = 8267 \cdot \ln \frac{0,26}{0,169} = 3561 \text{ Jahre.}$$

b) Das radioaktive Zerfallsgesetz lautet  $\frac{dN}{dt} = -\frac{1}{\tau} N$ . Damit ist die Zahl der  $^{14}\text{C}$ -Atome:

$$N = -\tau \cdot \frac{dN}{dt} = 8267 \cdot 365 \cdot 86400 \text{ s} \cdot 0,26 \frac{1}{\text{s}} = 6,8 \cdot 10^{10} \text{ pro Gramm und } 6,8 \cdot 10^9 \text{ in der Probe.}$$

Die Zahl der  $^{12}\text{C}$ -Atome ist mit der Avogadro-Zahl  $N_A$  gegeben durch  $N_A \cdot \frac{0,1\text{ g}}{12\text{ g}} = 5,0 \cdot 10^{21}$ .

- c) Neben Ungenauigkeiten der Messung (statistischer Fehler, nicht alle Zerfälle vom Detektor erfasst, Fehler in der Massenbestimmung, Beimischung anderer radioaktiver Atome) ist unterliegt das  $^{14}\text{C}/^{12}\text{C}$ -Verhältnis, das in die angegebene Aktivität eingeht, Schwankungen. Da  $^{14}\text{C}$  in der Atmosphäre unter dem Einfluss der kosmischen Strahlung aus  $^{14}\text{N}$  entsteht, hängt seine Häufigkeit u.a. von der Sonnenaktivität und dem Erdmagnetfeld ab.

### Aufgabe 3: Spur im Teilchendetektor

- a) Wieder einmal: Zentripetalkraft = Lorentzkraft:  $\frac{m \cdot v^2}{R} = e \cdot v \cdot B \rightarrow p = m \cdot v = e \cdot R \cdot B$ .

Damit kann der Impuls in der x-y-Ebene berechnet werden ( $1\text{ T} = 1\text{ Vs/m}^2$ ):

$$p_{\perp} = 1,6 \cdot 10^{-19}\text{ C} \cdot 1,37\text{ m} \cdot 0,5\text{ T} = 1,1 \cdot 10^{-19}\text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Der Gesamtimpuls ist dann

$$p = \frac{p_{\perp}}{\sin 60^{\circ}} = 1,27\text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}}. \text{ Mit der Umrechnung } 1 \frac{\text{eV}}{c} = \frac{1,6 \cdot 10^{-19}\text{ C}}{3 \cdot 10^8\text{ m/s}} \cdot 1 \frac{\text{J}}{\text{C}} = 5,33 \cdot 10^{-28}\text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

ist der Gesamtimpuls  $p = 237 \frac{\text{MeV}}{c}$ .

Schneller geht es übrigens mit der Faustformel  $p_{\perp}[\text{GeV}/c] = 0,3 \cdot B[\text{T}] \cdot R[\text{m}]$ .

- b) Relativistischer Energiesatz  $E = \sqrt{m_0^2 c^4 + p^2 c^2}$ , andererseits ist  $E = m_0 c^2 + E_{\text{kin}}$ .

Damit ist  $m_0^2 c^4 = E^2 - p^2 c^2 = (m_0 c^2 + T)^2 - p^2 c^2 = m_0^2 c^4 + 2m_0 c^2 \cdot T + T^2 - p^2 c^2$ .

$$\text{Nach } m_0 c^2 \text{ aufgelöst: } m_0 c^2 = \frac{p^2 c^2}{2T} - \frac{T}{2} = \frac{237^2\text{ MeV}^2}{2 \cdot 154\text{ MeV}} - \frac{154\text{ MeV}}{2} = 105,4\text{ MeV}$$

(beachten Sie, dass  $p^2 c^2$  eine Energie in MeV ist). Die Gesamtenergie (Ruheenergie + kinetische Energie) ist dann 259,4 MeV.

Mit  $p = m \cdot v = m_0 \cdot \gamma \cdot v$  und  $E = m \cdot c^2 = m_0 \cdot \gamma \cdot c^2$  ist die Teilchengeschwindigkeit

$$v = \frac{p \cdot c^2}{E} = \frac{p \cdot c}{E} \cdot c = \frac{237\text{ MeV}}{259,4\text{ MeV}} \cdot c = 0,91 \cdot c$$

(eine Angabe in m/s ist in diesem Zusammenhang nicht nötig).

- c) Viererimpuls des geladenen Teilchens  $P = \left( \frac{E}{c}, \vec{p} \right)$

$$\text{Viererimpuls des Neutrinos } P_{\nu} = \left( \frac{p \cdot c}{c}, -\vec{p} \right) = (p, -\vec{p})$$

Da beide aus einem ruhenden Teilchen entstanden sind, sind ihre Impulse entgegengesetzt gleich (Impulserhaltung). Da das Neutrino als masselos angenommen wird, ist seine

Gesamtenergie  $E_{\nu} = p \cdot c$ . Der gesamte Viererimpuls ist die Summe  $P_{\text{ges}} = \left( \frac{E}{c} + p, \vec{0} \right)$ .

Die Ruheenergie des zerfallenen Teilchens ergibt sich aus dem Vierer-Skalarprodukt

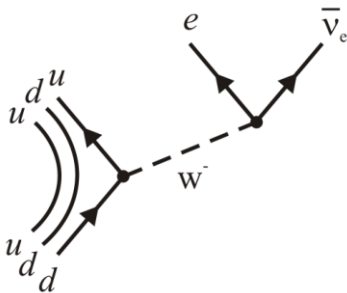
$$M_0^2 c^2 = P_{\text{ges}} \cdot P_{\text{ges}} \rightarrow M_0 c^2 = \sqrt{(E + p \cdot c)^2} = E + p \cdot c = 259,4\text{ MeV} + 237\text{ MeV} = 496,4\text{ MeV}.$$

- d) Das geladene Teilchen mit Ruheenergie 105,4 MeV kann kein Elektron sein (511 keV), sondern ist wohl im Rahmen der Messgenauigkeit ein Myon. Die Ruheenergie des

zerfallenden Teilchens 496,4 MeV passt einigermaßen zu einem geladenen Kaon, während die des Pions ungefähr 140 MeV beträgt (siehe Vorlesung: das Pion wurde ja als Austauscheteilchen der starken Wechselwirkung angesehen, dessen Ruheenergie von Yukawa um 150 MeV erwartet wurde).

### Aufgabe 3: Kurzfragen

- Da  $w_R = 1$  ist, entspricht die Äquivalentdosis der Energiedosis (Energie/Masse). Die deponierte Energie ist dann  $E_D = 0,002 \text{ J/kg} \cdot 75 \text{ kg} = 0,15 \text{ J}$  oder  $9,4 \cdot 10^{17} \text{ eV}$  (der Umrechnungsfaktor ist die Elementarladung  $1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ , da  $1 \text{ V} = 1 \text{ J/C}$  ist). Geteilt durch die Energie eines Röntgenquants von  $5 \cdot 10^4 \text{ eV}$  ergibt sich die Anzahl der Quanten zu  $1,9 \cdot 10^{13}$ .
- Bei  $A = 60$  hat die Bindungsenergie pro Nukleon ein Maximum. Es ist als darüber hinaus energetisch ungünstig, leichte Kerne zu einem schwereren Kern zu fusionieren. Elemente mit  $A > 60$  sind vermutlich in Supernova-Explosionen entstanden.
- Ein down-Quark in einem Neutron ( $udd$ ) wandelt sich unter Aussendung eines  $W^-$ -Bosons in ein up-Quark um. Die beiden anderen Quarks sind unbeteiligt, aus dem Neutron wird ein Proton. Aus dem  $W^-$ -Boson wird ein Elektron und ein Antineutrino. An jedem Knoten gilt die Erhaltung der Ladung (z.B.: aus  $-1/3$  beim down-Quark wird  $-1 + 2/3$ ).



- Bei der schwachen Wechselwirkung wird nach Aussendung eines  $W^-$ -Bosons aus dem Neutron ein Proton. Das  $W^-$ -Boson bildet ein negatives Pion (Ladung  $-2/3 - 1/3 = -1$ ).

Bei der starken Wechselwirkung sendet ein down-Quark ein Gluon aus, welches ein up-Quark und ein anti-up-Quark bildet (ähnlich der  $e^+e^-$ -Paarbildung beim Photon). Das down-Quark bleibt aber nicht beim Neutron, sondern verbindet sich mit dem anti-up-Quark zu einem negativ geladenen Pion. Aus dem Neutron wird ein Proton.

